

Título

“Estrategia didáctica sustentada en un modelo matemático-comunicativo para favorecer la argumentación en matemática”

Autora

Mirtha María González Fernández

Doctora en Ciencias Pedagógicas, Máster en Tecnología Educativa, Ingeniera Industrial, Licenciada en Educación Mención Matemática y Física. Profesora de Matemática del nivel medio y coordinadora de Matemática del nivel básico, en el Colegio Lux Mundi. Profesora de postgrado de la Universidad APEC (UNAPEC), profesora de la Universidad Iberoamericana (UNIBE), y profesora y coordinadora de cátedra en la Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD).

Asesores

Nancy Montes De Oca Recio. Doctora en Ciencias Pedagógicas. Profesora Titular del Centro de Estudios de Ciencias de la Educación “Enrique José Varona”, de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”, Cuba.

Silvia Colunga Santos. Doctora en Ciencias Pedagógicas. Profesora Titular del Centro de Estudios de Ciencias de la Educación “Enrique José Varona”, de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”, Cuba.

Fecha aprobación tesis

6 de julio 2010.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA SUSTENTADA EN UN MODELO MATEMÁTICO-COMUNICATIVO PARA FAVORECER LA ARGUMENTACIÓN EN MATEMÁTICA

RESUMEN

A través de la utilización de diversos métodos y técnicas de la investigación, se fundamenta la contradicción que se manifiesta entre la necesidad de formar, desde el proceso docente-educativo de la Matemática, estudiantes capaces de establecer relaciones justificar procedimientos y resultados; comunicar sus puntos de vista y las insuficiencias encontradas en el desempeño de esos alumnos en el proceso docente-educativo de la Matemática para formular conjeturas; elaborar hipótesis, tomar posiciones y justificarlas.

La presente investigación tiene como objetivo diseñar una estrategia didáctica para favorecer la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática en los estudiantes de octavo grado, y se sustenta en un modelo matemático-comunicativo que se explica a partir de tres subsistemas que permiten develar las relaciones que se dan en el proceso de formación y desarrollo de la habilidad declarada. Se realiza una valoración a través del método de expertos y una intervención en la práctica, en un grupo de octavo grado del colegio Lux Mundi de República Dominicana.

PALABRAS CLAVE

Habilidades matemáticas, comunicación, argumentación matemática, situaciones didácticas, aprendizaje matemático.

INTRODUCCIÓN

En el presente siglo la educación en general evoluciona y se transforma en función de las necesidades de la sociedad, la cual requiere un desarrollo de las capacidades, las habilidades y la flexibilidad mental necesarias para asumir los retos actuales de manera reflexiva, crítica y autónoma. Se concede una importancia creciente al aprendizaje de las ciencias, y en particular de la Matemática, ya que su estudio favorece desde los primeros años la formación integral del estudiante.

No obstante, los resultados obtenidos en diferentes investigaciones y la experiencia de docentes y directivos en la República Dominicana, demuestran que el nivel de satisfacción alcanzado en el proceso docente-educativo (PDE) de la Matemática en el nivel básico no cubre las expectativas de los implicados en este proceso, por lo que necesita un perfeccionamiento continuo para mejorar la formación matemática de los estudiantes, lo cual ha engendrado la necesidad de promover opciones para mejorarlo (INAFOCAM, 2007).

El Laboratorio Latinoamericano de Calidad de la Educación expresa como elementos específicos de la competencia matemática la capacidad de los estudiantes para interpretar datos; establecer relaciones y conexiones; poner en juego conceptos matemáticos; analizar regularidades; establecer patrones de cambio; encontrar, elaborar, diseñar o construir modelos; argumentar, justificar, comunicar procedimientos y resultados.

Por lo que se reconoce que la formación matemática conlleva a utilizar en los ámbitos personal y social, los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información; para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas; y para tomar decisiones. En definitiva, supone disponer de aquellas habilidades y actitudes que favorezcan razonar matemáticamente, utilizar la argumentación en Matemática, y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático con el uso de las herramientas de apoyo adecuadas e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de distinto nivel de complejidad.

En ese sentido la argumentación y la explicación, entre otros, son procesos de la educación matemática que favorecen el aprendizaje y la dinámica de la clase; por lo que en la actualidad cada vez más se reconoce la importancia de la comunicación en el proceso docente-educativo de la Matemática escolar.

La comunicación en Matemática incluye la propia expresión en una variedad de formas, de un problema con un contenido matemático, tanto en forma oral como escrita. Comunicar una resolución permite hacer explícito lo que era implícito y posibilita el reconocimiento de ese conocimiento por parte del sujeto. Informar sobre lo producido implica necesariamente la reconstrucción de la acción realizada.

Desde los años 50 del siglo XX se encuentran obras que citan la comunicación como un elemento importante para un mejor aprendizaje de la Matemática; entre ellas se encuentran: las experiencias del norteamericano M. C. Wittrock (1968) con su modelo teórico de transferencia del aprendizaje a través de los mediadores verbales, y las de E. Wenzelburger (1990) en un ambiente más cercano a la realidad que enfrentan docentes y estudiantes diariamente en sus clases.

Por otra parte, los autores (A. Orton 1990; K. Truran, 1994; D. Pimm, 1987; E. Love, 1996; L. Dickson y colaboradores 1991; A. Rothery, 1980; y J. Godino 2001) realzan la importancia que reviste, para estudiantes y docentes, el hecho de dominar la terminología matemática y el papel del lenguaje en la construcción de los conocimientos matemáticos.

En este contexto se ha focalizado la atención en los modos de aprendizaje en colaboración, en el papel de la discusión en la clase de Matemática y, en consecuencia, se reconoce el carácter social de su aprendizaje al ser la comunicación en la educación matemática una opción que, a diferencia de la enseñanza tradicional, se caracteriza principalmente por las formas de presentar y apropiarse del contenido matemático conforme a la interacción entre docentes y estudiantes.

Por ejemplo, diferentes autores cubanos han desarrollado investigaciones (Montes de Oca, 1998; Sarduy, 1998; Sobrado, 1998; y Rojas,

2009, entre otros) relacionadas con la comunicación en el proceso docente-educativo de la Matemática de los docentes en formación. En dichos trabajos se han realizado propuestas para favorecer la comunicación en Matemática desde la perspectiva del desarrollo de habilidades necesarias e imprescindibles en los docentes, como son: explicar, argumentar, demostrar y emplear términos y símbolos matemáticos, entre otras. Sin embargo, la sustentante considera como limitación el hecho que ninguna de las habilidades referidas y su proceso de formación y desarrollo, se conciben desde una perspectiva sistémica, pues las propuestas no son integradoras ni globales.

En la obra *Didáctica de la Matemática*, Paolo Boero, Rossella Garuti y María Alessandra Mariotti, entre otros (citado por Larios, 2000), llevaron a cabo investigaciones en las que se involucra a los estudiantes en la producción de conjeturas y su demostración en contextos aritméticos y geométricos. Mediante esos trabajos se ha obtenido evidencia experimental de que, al realizar actividades apropiadas en contextos adecuados, los estudiantes pueden acercarse de un modo constructivo a la formulación de la demostración. Los autores consideran la argumentación en Matemática muy vinculada a la demostración matemática, lo cual, aunque importante, reduce la importancia de la argumentación en Matemática como medio favorecedor del aprendizaje en el proceso docente-educativo.

Otro grupo de investigadores reconoce su valor desde lo específico de la Matemática, como un instrumento privilegiado de prueba que permite establecer un vínculo entre ésta y la comunicación (Bruno D'Amore, 2002; Raymond Duval, 1999; N. Montes de Oca Recio, 2004; Balacheff, 1999, 2001; O. L. León y D. Calderón, 2001; y Plantin, 2005). No obstante, esas propuestas no revelan de forma explícita la posibilidad de acercarse a la argumentación en Matemática como habilidad potenciadora de su aprendizaje, y no siempre tienen en cuenta el contexto comunicativo donde debe producirse dicha argumentación ni la contradicción entre las dificultades que presenta el trabajar con el rigor y el formalismo del lenguaje matemático y los modos de argumentación del lenguaje común.

Por otra parte, uno de los fines de la educación dominicana es encauzar la actividad docente hacia la formación de un estudiante crítico, reflexivo, consciente de sus deberes y derechos, y que respete y valore el trabajo como actividad que le permite su propia supervivencia y la de los que le rodean; es decir, que se trata de una educación basada en la formación de habilidades que permitan al educando aprender a aprender.

En el contexto que nos ocupa, a partir de la experiencia de la autora y los resultados de pruebas escritas y orales, se detectaron las siguientes dificultades en los estudiantes de 8° grado del colegio Comunidad Educativa Lux Mundi: analizar argumentos; expresar críticas fundamentadas; reconocer, analizar y corregir los errores, tanto los propios, como los ajenos; expresar argumentos, formular conjeturas, fundamentar o explicar procedimientos de solución; pobre dominio del planteo de problemas, su resolución y la justificación de soluciones; no empleo de estrategias de búsqueda para resolver un ejercicio; y uso inadecuado de la terminología propia de la asignatura de acuerdo al nivel.

A través de entrevistas a profesionales de experiencia, observación de clases y cuestionario a directivos, se pudo corroborar que en el proceso docente-educativo de la Matemática de dicho colegio existen insuficiencias relacionadas con el empleo de los métodos y estrategias por parte de los docentes; los que, en ocasiones, no fomentan la discusión, la reflexión, el conflicto grupal. Generalmente no existe intención, en el tratamiento del contenido, de debatir la orientación hacia el significado de los términos y símbolos matemáticos. Además, se identifican limitantes en el trabajo para el desarrollo de habilidades como: describir, argumentar y explicar; y en la orientación de las tareas donde el estudiante tenga que razonar, reflexionar, valorar y comunicar los resultados en sentido general.

Por todo lo anterior se define como problema científico la insuficiencia de la comunicación al utilizar el lenguaje matemático en el PDE del nivel básico.

OBJETO DE LA INVESTIGACIÓN: EL PROCESO
DOCENTE-EDUCATIVO DE LA MATEMÁTICA EN EL NIVEL BÁSICO

Objetivo: diseñar una estrategia didáctica sustentada en un modelo que favorezca la formación y el desarrollo de la argumentación en Matemática, en los estudiantes del segundo ciclo del nivel básico.

Campo de acción: la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática.

Hipótesis: se contribuye a favorecer el aprendizaje de la Matemática si se implementa una estrategia didáctica sustentada en un modelo matemático-comunicativo, dinamizado por la contradicción entre la formación y desarrollo de habilidades comunicativas en sentido general, y la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática, en lo particular.

Tareas de la investigación:

- Análisis de los antecedentes históricos y caracterización del PDE de la Matemática en el nivel básico, de la República Dominicana.
- Valoración epistemológica de los principales enfoques didácticos del PDE de la Matemática.
- Caracterización gnoseológica del enfoque comunicativo en el PDE de la Matemática y de conceptos relacionados con la argumentación en Matemática.
- Caracterización y diagnóstico del estado actual del PDE de la Matemática, específicamente en el colegio Comunidad Educativa Lux Mundi, y de las condiciones de los estudiantes de octavo grado con respecto a la argumentación en Matemática.
- Fundamentación del modelo matemático-comunicativo de formación y desarrollo de la habilidad argumentar en Matemática.
- Determinación de la estructura y acciones de la estrategia didáctica para la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática.

- Valoración de la factibilidad y pertinencia del modelo y estrategia didáctica.

Los resultados de las investigaciones mencionadas y la situación específica del aprendizaje de la Matemática en República Dominicana develan nuevas necesidades y crean condiciones para continuar perfeccionando el proceso docente-educativo de la Matemática escolar con un enfoque comunicativo y caracterizar la habilidad para argumentar en Matemática desde una perspectiva sistémica, resultado de una actividad social y contextualizada, como un recurso de mediación en la construcción y reconstrucción del contenido matemático desde una concepción integradora.

MARCO TEÓRICO CONTEXTUAL

Para la elaboración del marco teórico contextual se aplicaron diferentes métodos: el histórico-lógico, para analizar los antecedentes históricos del proceso docente educativo (PDE) de la Matemática en el nivel básico en la República Dominicana; y el análisis documental, para la caracterización actual del proceso docente-educativo de la Matemática en el nivel básico en la República Dominicana.

Análisis de los antecedentes históricos y caracterización del PDE de la Matemática en el nivel básico de la República Dominicana.

Se formula como criterio para la periodización el vínculo entre la concepción del PDE de la Matemática y el tratamiento de las habilidades comunicativas, y la argumentación en ese contexto. Para estudiar el comportamiento histórico se adoptaron los siguientes indicadores: papel del estudiante en el PDE de la Matemática, papel del docente en la dirección del PDE, métodos utilizados para el aprendizaje matemático, y habilidades declaradas en el currículo de la Matemática escolar, específicamente las relacionadas con la comunicación y el tratamiento de la argumentación en las clases de matemática.

El PDE de la Matemática en República Dominicana ha atravesado por diversos momentos que han sugerido cambios en los contenidos y la forma de enseñarlos. En la presente investigación el

análisis se realizó a partir de la determinación de períodos cuyos límites se han hecho coincidir con hechos importantes ocurridos en la República Dominicana. Se adopta como punto de partida la evaluación y detección de debilidades del Sistema Educativo Dominicano, realizada por la Secretaría de Estado de Educación Superior, Ciencia y Tecnología de la República Dominicana (1980), posterior el Plan Decenal de Educación aprobado por la Secretaría de Estado de Educación, Bellas Artes y Cultos (1992-2002); y por último, el estudio realizado por la Secretaría de Estado de Educación Superior, Ciencia y Tecnología sobre el Plan Decenal de Educación en marcha (2002).

A partir de lo anteriormente expresado se determinaron tres períodos históricos: reconocimiento y detección de debilidades en el PDE de la Matemática (1980-1992), concientización del cambio en la concepción y ejecución del proceso docente-educativo de la Matemática (1992-2002) y perfeccionamiento del PDE de la Matemática (2002 hasta la actualidad).

Del análisis efectuado se concluye que la manera de concebir el proceso docente-educativo en la República Dominicana ha ido cambiando de un paradigma donde la comunicación en el aula era escasa e imperaba un modelo de transmisión-recepción, a un nuevo paradigma más flexible y abierto en el que estudiantes y docentes interactúan para llegar a consensos mediante la discusión.

Se develó además que, a pesar de la necesidad actual de formar estudiantes capaces de establecer relaciones, justificar procedimientos y resultados, y comunicar en Matemática sus puntos de vista, las prácticas educativas distan todavía mucho de satisfacer tal aspiración debido a la falta de propuestas didácticas que tengan en cuenta desde sus fundamentos los aspectos señalados, lo que se deja básicamente a la espontaneidad de los docentes.

En dicho contexto es significativo, desde una perspectiva didáctica, la influencia que ha tenido la resolución de problemas, un tema que se encuentra en el centro del debate y es aspecto sustancial en esta tesis para la elaboración de tareas en el campo de la educación matemática. Podría decirse que varios grupos de investigadores (G. Polya, 1982; C. Gaulin, 2001; A. H. Schoenfeld, 1988, 1992, 1994 y

L. M. Santos, 1994, 1995, 1996) y otros educadores fundamentan su trabajo en la idea de que la vía del aprendizaje de la matemática es la resolución de problemas.

La comunicación en la educación matemática es una de las opciones con respecto a la enseñanza tradicional, para resolver el problema relacionado con el aprendizaje de esta ciencia, disciplina que centra su atención en las formas de presentar y apropiarse del contenido matemático conforme a la interacción entre docentes y estudiantes. Diversas investigaciones (A. Orton, 1990; K. Truran, 1994; D. Pimm, 1987; E. Love, 1996; L. Dickson y colaboradores, 1991; A. Rothery, 1980; J. Godino, 2001; P. Nesher, 2000 y R. Duval, 2001) aluden en sus trabajos a la importancia que reviste, para estudiantes y docentes, el hecho de dominar la terminología matemática para lograr la construcción de los significados matemáticos ante situaciones nuevas que así lo requieran.

Especialmente J. Godino y colaboradores (J. Godino y C. Batanero, 1994; J. Godino, 2002; A. Contreras, V. Font, L. Luque, L. Ordóñez, 2005; y J. Godino, A. Contreras y V. Font, 2007) han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico del conocimiento e instrucción matemática (EOS); planteamiento en el que se abordan, entre otros, los conceptos, significados institucionales y personales, facetas duales, configuraciones epistémicas y cognitivas, y criterios de idoneidad de un proceso de instrucción, para explicar características básicas de la actividad matemática.

Del análisis efectuado se infiere que la tendencia es a asumir cada vez más el aprendizaje de la Matemática desde una perspectiva social donde la comunicación juega un papel primordial, lo que conlleva necesariamente a un análisis de las características propias de la Matemática como disciplina científica, a la naturaleza abstracta de sus contenidos y las peculiaridades del lenguaje matemático, y al enfoque en el que se inscribe la presente investigación desde la didáctica de la Matemática.

Caracterización gnoseológica del enfoque comunicativo en el PDE de la Matemática y de conceptos relacionados con la argumentación

en Matemática. La argumentación es una forma de expresión usada continuamente y ella favorece el desarrollo de los procesos lógicos con los que opera el pensamiento. Es un medio muy valioso para desarrollar la expresión y tiene un importante papel en la comunicación y en las interacciones sociales. También, desde lo específico de una disciplina (Matemática), es un instrumento privilegiado de prueba que permite establecer un vínculo entre esta disciplina y la comunicación. Como práctica social, la argumentación implica una forma específica de interacción ante la presencia de una discrepancia o conflicto. Es, a la vez, razonamiento e inferencia, pero posee un matiz añadido y característico: está destinado a convencer o a cambiar las ideas de uno o varios interlocutores.

En este apartado se explica sucintamente por qué fue tomada la argumentación (sus invariantes) desde su concepción más general, para luego caracterizarla en el campo de la Matemática. Esto presupone, de hecho, la redefinición y reelaboración teórica de varios conceptos relacionados con el tema, lo que en cierta medida particulariza el estudio llevado a cabo.

Teniendo en cuenta que las fronteras entre los términos razonamiento, demostración y argumentación son difusas y que en ocasiones una u otra palabra es utilizada indistintamente para denotar procesos diferentes, se considera necesario en el presente apartado realizar ciertas precisiones al respecto.

Del análisis anterior, a partir de las diversas posiciones encontradas, la autora de la tesis asume que un razonamiento es una sucesión organizada de proposiciones que se orienta a un enunciado-objetivo y altera el valor de verdad bajo el cumplimiento de ciertas condiciones; una demostración matemática es una cadena de razonamientos deductivos válidos entre los objetos implicados los que, bajo ciertas condiciones, deben tener como objetivo probar la veracidad del enunciado; mientras que la argumentación en Matemática es también un razonamiento deductivo, materializado en el lenguaje matemático, que tiene como objetivo establecer la veracidad o falsedad de una tesis y lograr el convencimiento de los demás o de sí mismo, a partir de una actitud crítica con respecto al punto de vista asumido.

Asimismo considera que es posible trabajar con argumentaciones en el contexto del PDE de la Matemática, pues éste otorga a los estudiantes la posibilidad de acercarse a las formas de razonamiento y a la demostración matemática, al guiarles a través de las dificultades que presenta el trabajar con el rigor y el formalismo del lenguaje de esta ciencia.

Se puede apreciar cómo la argumentación, a través de sus procesos, desarrolla una serie de habilidades propias de la Matemática al promover una autorregulación en el aprendizaje y un razonamiento lógico-matemático. La argumentación enfocada desde la Matemática es un razonamiento deductivo desde donde se debe tener en cuenta la lógica con que la Matemática funciona; el carácter absoluto de lo general en Matemática, la rigidez de la relación de igualdad en Matemática y su construcción axiomática, como principios que determinan en última instancia la validez de las argumentaciones en este contexto.

Del análisis bibliográfico realizado (Montes de Oca, 2002) se considera la argumentación en Matemática como una habilidad intelectual y comunicativa que permite al educando exponer una opinión, defenderla y adoptar una posición. Ella cobra una importancia significativa en el PDE del nivel básico, pues permite discutir las ideas, negociar, reflexionar sobre los posibles ejemplos y contraejemplos que ayudan a confirmar o desaprobar sus ideas.

Al mismo tiempo, su intencionalidad desde el PDE permite que el estudiante desarrolle su capacidad verbal, al propiciar interacciones en diferentes contextos sociales. Es capital para la toma de decisiones, pues necesariamente identifica y justifica diferentes opciones de solución, aspecto que permite al estudiante el logro de un pensamiento flexible y asumir una postura abierta ante los ejercicios y problemas matemáticos. El desarrollo de la habilidad para argumentar implica una ampliación de las habilidades comunicativas del sujeto. Sin embargo, su adquisición no incide sólo en el ámbito de la interacción comunicativa. Las diversas formas discursivas funcionan también como formas de representación mental y traducen procedimientos conceptuales del sujeto (J. V. Wertsch, 1993).

En síntesis, mediante la argumentación el estudiante puede lograr la interpretación de un problema en un proceso de análisis donde se realza lo pertinente de lo no pertinente, para llegar a la solución correcta. Esto es, principalmente en niveles básicos, el proceso exploratorio dirigido por el docente que J. Godino (1996) llama “situaciones de validación y prácticas argumentativas como nociones primitivas de las cuales se derivan las nociones de pruebas”.

Trabajar con la habilidad para argumentar en Matemática puede permitir a los estudiantes la posibilidad de acercarse a la forma de razonamiento matemático, sin perderse entre las dificultades que presenta el trabajar con el rigor y formalismo tradicionales de esta ciencia; y permite también al estudiante la construcción de su autonomía, pues da seguridad e independencia y ayuda al logro de una apertura y flexibilidad ante los diversos criterios de sus compañeros, entre otros.

Como resultado del análisis del apartado se concluye que, aún en las propuestas que no satisfacen las expectativas de los docentes, en la didáctica de la Matemática es necesario caracterizar la habilidad para argumentar en dicha materia desde una perspectiva sistémica que resulta de una actividad social y contextualizada, vista como un recurso de mediación en la construcción y reconstrucción del conocimiento matemático; es también favorecedora de aprendizajes reflexivos, donde la justificación de puntos de vista, la consideración de ideas opcionales, la oportunidad de compartir significados y la interacción social crean un espacio de negociación en el que las concepciones de los estudiantes son reformuladas y transformadas.

MODELO MATEMÁTICO-COMUNICATIVO DE FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LA HABILIDAD PARA ARGUMENTAR EN MATEMÁTICA, Y ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA FAVORECER SU DESARROLLO

En correspondencia con el objetivo de la investigación, en este apartado se fundamentará el modelo matemático-comunicativo y la estrategia didáctica para la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática. Para la elaboración de los mismos se empleó el método sistémico-estructural funcional.

Teniendo en cuenta los referentes mencionados, la autora de la tesis precisó que argumentar en Matemática es una acción de naturaleza comunicativa, caracterizada por un modo de razonamiento deductivo y secuencial que exige analizar las proposiciones matemáticas; significar en ellas lo principal; y formular, confrontar y validar los argumentos matemáticos.

En el modelo se explica cómo se relaciona el proceso que sigue la argumentación en Matemática con el proceso de aprendizaje de esta asignatura, entendido éste en su sentido más amplio como la actividad de producción y reproducción del conocimiento bajo condiciones de orientación e interacción social (L. S. Vigotsky, 1979). Esta premisa implica que el aprendizaje involucra la capacidad de, a través de una semiótica dada, materializar a otros ámbitos de la vida aquello que sucede en el contexto de la clase. Por otra parte, si se tiene en cuenta que una de las razones que dificultan el aprendizaje de la matemática es su expresión en un lenguaje especial, entonces se debe tener en cuenta desde el PDE la naturaleza del lenguaje matemático y de los principios y reglas que lo rigen, para aportar elementos importantes para favorecer su aprendizaje.

Se sustenta que el proceso de formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática constituye un sistema estructurado a través de los subsistemas: orientación-motivacional hacia la argumentación en matemática, cultura matemático-argumentativa y contextualización comunicativa de la argumentación en Matemática. Los mismos se determinaron a partir de los procesos que identifican el funcionamiento del sistema y que explican su dinámica, tanto desde el sujeto como desde el proceso docente educativo de la matemática.

Subsistema orientación-motivacional hacia la argumentación en Matemática. La orientación-motivacional hacia la argumentación en Matemática es el proceso que tiene como objetivo regular la actuación del estudiante en el proceso argumentativo, ya sea en la clase de Matemática o fuera de ella.

Se manifiesta en la posibilidad de reconocer y movilizar recursos individuales necesarios para la argumentación, a partir de la identificación

y ubicación de los referentes aportados por los contextos (incluyendo el personal) que condiciona el acto comunicativo, el reconocimiento de la contradicción entre lo conocido y lo desconocido en la situación que hay que argumentar, la identificación del contexto donde se va a desarrollar tal argumentación, y la organización de las acciones en la búsqueda de la solución del conflicto en la situación, de manera que se logre la autorregulación. En otras palabras, que el estudiante debe orientarse previamente sobre su actividad. Tiene como componentes: la motivación ante la argumentación y la autorregulación argumentativa.

Lamotivación ante la argumentaciones el proceso dirigido al logro de una disposición positiva ante la argumentación, que moviliza al sujeto y lo estimula a la acción y a la realización consciente de esta actividad. De manera general, los motivos que originan la argumentación pueden ser cognoscitivos o personales. En última instancia, tal disposición debe regular la actuación del estudiante a través de su auto-conciencia y reflexión personal.

La autorregulación argumentativa es el proceso orientado a suscitar la atención a las necesidades e intereses, de acuerdo con las potencialidades del sujeto, para producir una contradicción interna entre las posibilidades subjetivas que se expresan en el nivel alcanzado en la argumentación y las necesidades objetivas que se expresan en demandas mayores.

Ambos componentes presentan relaciones de coordinación. La motivación es condición necesaria para la autorregulación argumentativa. Solamente un estudiante motivado será capaz de reconocer sus potencialidades y condiciones para realizar la argumentación. A su vez, el conflicto creado ante el desconocimiento puede acrecentar la motivación por aprender a argumentar. Ellos se condicionan mutuamente, pues allí donde la orientación tiene lugar es debido a la movilización de los recursos para actuar; a su vez, la autorregulación argumentativa constituye una expresión de la motivación ante la argumentación. De estas relaciones resulta la orientación motivacional-argumentativa, como cualidad resultante de la sinergia de ambos componentes y función capital del subsistema.

La formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática requiere la orientación motivacional argumentativa, pero demanda, además, la adquisición de una cultura matemático-argumentativa, con lo que se relaciona el segundo subsistema del modelo.

Subsistema: cultura matemático-argumentativa. Este subsistema es el proceso que tiene como objetivo lograr la comprensión del significado de los términos, conceptos, relaciones, expresiones y representaciones matemáticas en los diferentes registros; formular hipótesis, hacer conjeturas y encontrar contraejemplos; utilizar argumentos propios para exponer ideas y explicar los procedimientos y procesos utilizados para resolver el problema.

La cultura matemático-argumentativa se manifiesta cuando el estudiante es capaz de aplicar pensamiento y razonamiento matemático junto con un dominio de las operaciones matemáticas simbólicas y formales, para desarrollar nuevas estrategias y para enfrentarse a resolver situaciones nuevas; si es capaz de formular y comunicar en forma precisa sus reflexiones con respecto a sus interpretaciones, discusiones, resultados y a la pertinencia de éstas respecto a las situaciones originales.

A partir del estudio bibliográfico realizado, la autora asume como fases del proceso de argumentación en Matemática las siguientes: significación del conocimiento matemático, formulación de argumentos, y confrontación y validación de los argumentos. La primera se incorpora explícitamente como fase esencial y primaria en el proceso argumentativo, lo que enfatiza explícitamente la importancia del conocimiento matemático en la argumentación. Dentro de este subsistema cada fase conforma los componentes del subsistema.

Las fases mencionadas (componentes del subsistema) ocurren en el sujeto, pero mediadas por factores externos que son los que en el PDE deben garantizarse para que se haga consciente el proceso argumentativo desde su génesis, pues ellas permiten revelar la lógica del proceso argumentativo como proceso reflexivo. Aunque las fases mencionadas se relacionan entre sí, manifiestan dentro del sistema funciones diferenciadas que determinan su propia identidad cuando se dan las condiciones que las promuevan. En

el cuerpo de la tesis se explica cada fase y las principales relaciones entre sus componentes.

Además de la orientación motivacional y la cultura argumentativa, se requiere una contextualización matemática y comunicativa, por lo que se propone el siguiente subsistema.

Subsistema: contextualización comunicativa de la argumentación en matemática. La contextualización comunicativa es el proceso que tiene como objetivo el reconocimiento de la argumentación en Matemática en un entorno comunicativo y sociocultural. Hay que realizar la transferencia al contexto docente-educativo de la Matemática de la cultura comunicativa, con la finalidad de su empleo posterior en la vida, y viceversa. En este subsistema se establecen como componentes: el reconocimiento del entorno comunicativo y sociocultural y el empleo del lenguaje matemático en el contexto comunicativo y sociocultural.

El reconocimiento del entorno comunicativo y sociocultural es el proceso que tiene como función identificar que todo acto comunicativo (en este caso la argumentación) transcurre en el marco de un contexto y está determinado por él, razón por la que hay que concienciar que el contexto comunicativo lo constituyen las relaciones e interacciones que se establecen entre los grupos humanos, donde juega un importante papel el uso social del lenguaje común.

En un contexto comunicativo y sociocultural se considera como argumento todo aquello que se ofrece, o todo lo que es utilizado, para justificar o para refutar una proposición que puede ser el enunciado de un hecho; un resultado de la experiencia, a veces simplemente un ejemplo; una definición, una regla, o una creencia comúnmente compartida. Todas ellas toman valor de justificación cuando alguien las utiliza para decir “por qué” se acepta o rechaza una proposición. Esto es así, pues aquello que puede tomar valor y fuerza de argumento no depende solamente del dominio de conocimientos, en este caso matemático, sino también del contexto particular que motiva recurrir a dichos argumentos.

Por todo lo anteriormente explicado, se afirma que la producción de los argumentos en Matemática implica la utilización del lenguaje común y no puede prescindir de los contextos comunicativos y socioculturales, pero requiere además tener en cuenta las condiciones propias del lenguaje matemático, que se expresa en el siguiente componente:

- **El empleo del lenguaje matemático en el contexto comunicativo y sociocultural** tiene como función la identificación de las vías necesarias para utilizar dicho lenguaje como medio de argumentación en el contexto matemático-comunicativo-sociocultural, con la diversidad y variabilidad comunicativa que le son inherentes. A través de este proceso se debe lograr la tipificación de las diferentes situaciones que se dan en la clase de matemática (o fuera de ella), que implican diversas formas de interacción y, por lo tanto, de comunicación en ese entorno; además de la ubicación de la proposición que se debe argumentar en un contexto comunicativo y sociocultural. Por tanto, es aconsejable la utilización del lenguaje matemático como medio de comunicación, de forma tal que los argumentos que se formulen puedan ser compartidos socialmente, dentro y fuera del proceso docente-educativo, con fines comunicativos.

A través de este componente se propone prestar atención a la naturaleza del lenguaje matemático y su relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura. También develar que la comunicación que se lleva a cabo en el contexto del aula y la riqueza del lenguaje matemático son capitales para favorecer su aprendizaje. Desde el punto de vista de la comunicación, la característica más importante de la matemática es su lenguaje preciso y riguroso, que está ligado al hecho que sus conceptos son entes abstractos y, por lo tanto, las relaciones de los símbolos y signos dependen del dominio conceptual en el que se encuentren.

Es por eso que se alude entonces al contexto matemático-comunicativo-sociocultural, entendiéndose éste como los diferentes acontecimientos que se suceden en una clase de Matemática (o fuera de ella)

y que se caracterizan por los intercambios entre los participantes y las intervenciones de cada sujeto que utiliza el lenguaje común y el matemático.

De las relaciones de coordinación entre estos componentes resulta la contextualización matemático-argumentativa, entendida como cualidad resultante de la sinergia de los componentes del subsistema y función capital del mismo, cuya potenciación se favorece en la dinámica del PDE a partir del uso de los métodos y procedimientos necesarios para que el estudiante correlacione y conecte sus procesos de elaboración comunicativa a partir de los vínculos y relaciones objetivas con sus referentes cognitivos, sociales y culturales. Todo eso se traduce en un proceso formativo que debe desarrollar las potencialidades del estudiante para aprender a encauzar sus intercambios argumentativos en Matemática y la concepción operativa de los mismos en el marco de las relaciones interculturales.

A partir de lo anterior, la autora de la tesis considera que las situaciones matemático-argumentativas expresan las interacciones sociales que se dan en el proceso docente-educativo de la Matemática, donde los estudiantes interactúan, se transmiten mensajes empleando el lenguaje matemático, resuelven problemas, etc. Y revelan además el carácter individual, activo y comunicativo del aprendizaje pues en toda acción que realiza el estudiante dentro de la clase (o fuera de ella) tiene que asumir distintos roles como sujeto argumentante o sujeto argumentador: expresar argumentos, formular preguntas o conjeturas, fundamentar o explicar procedimientos de solución, entre otros.

Por eso es preciso definir la situación matemático-argumentativa como el escenario comunicativo que expresa las interacciones que se dan en el proceso docente-educativo de la Matemática entre un estudiante y el contenido matemático, dos estudiantes o un grupo de estudiantes y el docente, con la finalidad de lograr apropiarse del contenido matemático conforme a esas relaciones.

Como vía para la instrumentación del modelo antes expuesto y su concreción en la práctica, se opta por una estrategia didáctica sustentada en el modelo descrito, a través de la cual los docentes

pueden dirigir la formación y desarrollo de manera explícita, de la habilidad para argumentar en Matemática.

ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LA HABILIDAD ARGUMENTAR EN MATEMÁTICA

La estrategia consta de objetivo general, requerimientos para su aplicación, actores, etapas y acciones. Cabe señalar que si bien todos esos componentes son importantes y se fundamentan en el informe de la investigación, en el presente artículo su autora enfatiza en las situaciones matemático-comunicativas por su connotación en la estrategia. En la investigación se concibe una tipología de situaciones matemático-argumentativas, en virtud de las funciones de cada subsistema y las relaciones expresadas en el modelo. A continuación se explican sus requerimientos y exigencias así como cada una de ellas, para que desde el punto de vista operativo cumplan su función en la estrategia:

- **Situaciones de sensibilización:** escenario comunicativo que permite, en forma individual o colectiva, motivar a los estudiantes hacia la necesidad de una argumentación a partir de una orientación hacia la necesidad de analizar la información dada; la formulación de preguntas que le permitan identificar los elementos que revelen la contradicción entre lo conocido y lo desconocido en la situación que hay que argumentar, la identificación del contexto donde se ubica la situación del problema y la búsqueda de la necesidad de argumentación a partir del análisis de la proposición que hay que argumentar.
- **Situaciones de significación:** escenario comunicativo que permite que los estudiantes puedan hacer explícitos los significados de términos y símbolos matemáticos, según el tratamiento que se realiza desde diversas fuentes bibliográficas y la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática.
- **Situaciones de formulación, confrontación o validación:** escenario comunicativo que permite elaborar conjeturas

asociadas a la proposición a argumentar; comparar las conjeturas en búsqueda de coherencia; identificar el obstáculo, la estrategia o la creencia errónea que no permite que el argumento sea sólido; analizar si se cumplen las condiciones de veracidad de los argumentos formulados para el caso concreto de la proposición a argumentar; establecer a *grosso modo* la secuencia de argumentaciones encontradas y expresar puntos de vista para justificar o refutar una opinión.

- **Situaciones de acción:** escenario comunicativo que permite la aplicación de los conocimientos adquiridos para buscar opciones a la solución de problemas y ejercicios matemáticos. Estas deben permitir que el estudiante exprese las estrategias individuales asumidas en la ejecución, de manera que se pueda apreciar a través de la argumentación el estado de conocimiento que acerca del tema tienen los participantes, así como la reflexión individual de los alumnos en torno a la aceptación de las estrategias insuficientes que poseen para comunicarse en sentido general con lo matemático.

A través de la utilización de estas situaciones, se desliga el proceso de enseñanza-aprendizaje de la clase tradicional para pasar a una concepción comunicativa donde el estudiante es el principal protagonista del proceso, con la orientación del docente. De este modo se rompe con la concepción de que sólo se aprende en el aula, y con la presentación de los contenidos de forma acabada por parte de los docentes.

CONCRECIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA FORMACIÓN Y DESARROLLO DE LA HABILIDAD PARA ARGUMENTAR EN MATEMÁTICA, DESDE EL PROCESO DOCENTE-EDUCATIVO DE LA MATEMÁTICA EN EL OCTAVO GRADO DEL NIVEL BÁSICO

La estrategia presentada por la autora consta de diferentes etapas. Para la primera, de diagnóstico, se diseñaron instrumentos que permitieron evaluar el grado de desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática en los estudiantes de octavo grado del

colegio Lux Mundi, y aspectos relacionados con la comprensión del lenguaje matemático.

En la etapa de planificación se diseñaron, como forma de ejemplificación, las situaciones matemático-argumentativas para las diferentes unidades del programa. Para la elaboración de las situaciones se consideraron además los enunciados generales que pueden ser utilizados por el docente para favorecer la argumentación en Matemática.

- Dado un texto que describe un caso problemático, el estudiante propone una solución al caso y lo argumenta.
- Dada una respuesta, argumentar para mostrar su validez al grupo de estudiantes o al docente.
- Determinar el valor de verdad de proposiciones y argumentar.
- Traducir proposiciones en lenguaje común al lenguaje matemático, y viceversa.
- Argumentar procesos descritos gráfica o verbalmente y los procesos a través de los cuales llegó a una respuesta o solución.
- Formular preguntas orales o escritas a otros, analizar y argumentar respuestas.

Posteriormente fueron diseñadas, como forma de ejemplificación, las situaciones matemático-argumentativas para las diferentes unidades del programa (números racionales, operaciones y propiedades, números irracionales, operaciones, expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones y geometría). A continuación se ilustran algunas:

- **Situaciones de sensibilización. Objetivo:** motivar a los estudiantes a desarrollar las actividades en que se verán involucrados y orientarlos sobre la acción que deben ejecutar de manera voluntaria.
 - **Situación 1:** el grupo de estudiantes del aula se divide en dos. Cada uno escoge un tema diferente, del que va

a redactar varias preguntas. Colocarlas en dos sobres de diferentes colores, donde el estudiante asignado por su equipo debe tomar una de ellos. Si logra contestarla bien, sale de la competencia; si no, continuará en ella hasta que logre hacerlo, descontándole puntos a su equipo por cada respuesta incorrecta.

El profesor debe dar orientaciones para formular las preguntas, pues en el acto de preguntar se produce una incitación a la reflexión, al análisis, a poner a funcionar operaciones intelectuales por parte del receptor, quien tendrá que responder explícita o implícitamente.

Este tipo de situaciones se basa principalmente en la formulación de preguntas alrededor de un tema, que pueden ser utilizadas para motivar la presentación de un contenido; explorar los conocimientos y habilidades que tienen los estudiantes; dirigir la elaboración del nuevo conocimiento a partir del análisis, inducción o deducción; formular reflexiones acerca de qué se dice y cómo se dice; valorar la asimilación del contenido; y propiciar la retroalimentación del proceso comunicativo a partir de la comprensión y expresión de ideas matemáticas.

- **Situación 2:** el grupo de estudiantes del aula se divide en dos, cada uno escoge un tema diferente del cual va a redactar varias preguntas. Colocarlas en dos sobres de diferentes colores, donde el estudiante asignado por su equipo debe tomar una de ellas, si logra contestarla bien sale de la competencia; si no, continuará en ella hasta que logre hacerlo; se le descontarán puntos a su equipo por cada respuesta incorrecta.

El profesor debe dar orientaciones para formular las preguntas. En el acto de preguntar se produce una incitación a la reflexión, al análisis y a ejecutar operaciones intelectuales por parte del receptor, que deberá responder explícita, o implícitamente.

Este tipo de situaciones, basada principalmente en la formulación de preguntas alrededor de un tema, pueden ser utilizadas para motivar la presentación de un contenido; explorar los conocimientos y habilidades que tienen los estudiantes; dirigir la elaboración del nuevo conocimiento a partir del análisis, inducción o deducción; reflexionar acerca de qué se dice y cómo se dice; y valorar la asimilación del contenido, propiciando la retroalimentación del proceso comunicativo a partir de la comprensión y expresión de ideas matemáticas.

- **Situaciones de significación. Objetivo:** lograr la comprensión del significado de los términos: conceptos, relaciones, expresiones y representaciones matemáticas en los diferentes registros semióticos y la concienciación de los conocimientos necesarios para argumentar.
 - **Situación 3:** a continuación se relaciona un conjunto de símbolos matemáticos.
 - Los símbolos $<$, $>$, $=$, \neq , \in , $/$, \leq , \geq , ¿le son familiares? Indique los que ha visto utilizar, o ha utilizado.
 - Escriba con sus palabras lo que significan para usted.
 - Contraste su respuesta con la de otro compañero de aula y lleguen a acuerdos.
 - Pregunte a sus padres o familiares el significado que tales símbolos tienen para ellos, y anótelo y compárelo con los criterios suyos.
 - Realice una tabla de tres columnas como la que se muestra más abajo. En la primera escriba cada uno de los símbolos dados, en la segunda la palabra asociada a cada uno de ellos y en la tercera el significado matemático.

Símbolo	Palabra	Significado matemático

- **Situación 4:** ¿cómo se denotan los siguientes conjuntos numéricos? ¿Reales, racionales, enteros, o naturales?
 - Expresar algunos elementos que pertenezcan a cada conjunto y otros que no. Escriba en símbolos las relaciones de inclusión que existe entre ellos. Investigue el significado de la expresión subrayada antes de ofrecer su respuesta.
 - Analice las siguientes afirmaciones, diga cuáles son verdaderas y justifique su respuesta:

$$x \in N / x \notin Q$$

$$x, y \in Z / x \geq y \Rightarrow X \text{ a la izquierda de } y, \text{ en la recta numérica.}$$
 - Describa con sus palabras las expresiones dadas en símbolos. Coméntelo con sus padres y traiga al aula un resumen de lo que aprendió.
- **Situación 5:** complete la siguiente tabla, según convenga.

Expresión verbal	Expresión algebraica	Términos de la expresión algebraica	Coefficientes de la expresión algebraica	Ejemplo de la vida
Un número incrementado en su tercera parte.	$x + \frac{x}{3}$			x
La suma de un número con el doble de otro.			1 y 2	
El 30% del cubo de un número.				
Un precio incrementado en el 16%.				
El cociente de dos números	$\frac{x}{y}$			

- **Situación 6:** en la siguiente tabla asocie cada expresión algebraica con una traducción al lenguaje común en una situación práctica, significado de la variable en ésta y posibles preguntas de acuerdo a la información.

(Traducción al lenguaje algebraico).	Traducción al lenguaje común en una situación práctica.	Significado de la variable en la situación práctica.
$2x+5=x-2$		
	La suma de tres números enteros consecutivos.	
		X— edad de Elena. Y— edad de Pedro.
	El cuádruplo de un número aumentado en tres es igual a veinte.	

Preséntele la tabla a un amigo, hermano o familiar que considere pueda interesarle y explíquele, con sus palabras, lo que acaba de realizar. Anote en su libreta los comentarios que considere.

- **Situaciones de formulación, confrontación-validación. Objetivo:** Utilizar el lenguaje matemático para argumentar matemáticamente en correspondencia con el contexto comunicativo y sociocultural, y propiciar el contraste de opiniones y la polémica a través del diálogo para reflexionar sobre los argumentos matemáticos formulados.
- **Situación 7:** lea y analice las siguientes proposiciones:
 - Existen números decimales que son infinitos periódicos, algunos forman el conjunto de los números irracionales.

Eso significa que no todos se pueden expresar como el cociente de dos números enteros.

- Todos los números naturales están contenidos en el dominio de los números reales y sólo algunos números reales pertenecen al dominio de los fraccionarios.
 - Diga si son verdaderas o falsas.
 - En el caso de las proposiciones falsas, reformúlelas para que sean verdaderas.
 - Formule tres proposiciones matemáticas, y utilice los términos subrayados.
- **Situación 8:** escriba la expresión algebraica que valida la igualdad.
- $\frac{\quad}{5a^2} = 8a^5 + 4a^3 - 3a$
- Formule argumentos acerca de lo que sucedería con el polinomio si se dividiera por el inverso y opuesto de $5a^2$ (sin efectuar las operaciones).
- Resuélvalo y contraste los resultados.
- Expresa una formulación de la igualdad y utilice el lenguaje común.
- **Situaciones de acción. Objetivo:** aplique los conocimientos a ejercicios y problemas y exprese las estrategias utilizadas para tal fin.
 - **Situación 9:** resuelva el siguiente ejercicio. Explique cómo lo hizo. Escriba uno nuevo que pueda resolverse de la misma forma. Dé su ejercicio a otro compañero y compruebe la solución.

$$- 3m - 1 \geq 5m + 9$$

$$- \frac{1}{3}x + 2 = \frac{-1}{2}x - 1$$

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al usar las situaciones diseñadas se puso en práctica la estrategia donde se podía observar la diferencia notable en la apropiación del contenido, en un alumno capaz de argumentar todo el proceso realizado para resolver cualquier problema, en contraste con uno que no puede resolverlo.

Para corroborar las transformaciones de los estudiantes se diseñó una intervención en la práctica escolar, a modo de pre-experimento. De esa manera la autora de la tesis se propuso, a partir del semestre septiembre-diciembre de 2009, comprobar aspectos puntuales que le permitiesen inferir científicamente que la estrategia didáctica, como derivación del modelo propuesto, es realizable y puede llegar a producir resultados positivos en aspectos específicos relacionados con las exigencias didácticas para la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en la asignatura Matemática del octavo grado del Colegio Lux Mundi, de la República Dominicana.

Se aplicó una prueba de entrada a los 73 estudiantes del grupo y se calificó según los criterios pre-establecidos; se tomó en consideración tanto el resultado al que llegaron, como la argumentación del proceso seguido. De ellos, 8 fueron catalogados como pertinentes, 5 medianamente pertinentes y los restantes 60 estudiantes, no pertinentes. Los criterios para llegar a esta conclusión se encuentran en las dificultades que se mencionan en la escala elaborada al efecto, mediante la cual fueron categorizados. Una vez cubierto este paso, se implementaron las acciones de la estrategia didáctica dirigida a la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática, tal como fue concebida y argumentada en el trabajo investigativo. Al final del período señalado fue aplicada una prueba de salida, que tuvo los mismos propósitos que la prueba de entrada, pero con otro grado de complejidad.

Al momento de redactar este reporte otros 29 alcanzaron la categoría de pertinente y los 8 anteriores mantuvieron esa categoría, para un total de 37 catalogados como pertinentes; 26 medianamente pertinentes y 10 no pertinentes. Estos resultados corroboran un avance de los estudiantes en cuanto al grado de desarrollo de la habilidad para

argumentar en Matemática. Se demostró la posibilidad de influir positivamente en el aprendizaje matemático mediante la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática desde el PDE de la asignatura en 8° grado, y se logró que aproximadamente un 75% de los alumnos comenzara a entender la importancia de incorporar la habilidad para argumentar durante el aprendizaje diario de las matemáticas.

La vía utilizada para realizar el análisis sobre la pertinencia y la factibilidad de aplicación de la estrategia fue el método de criterio de expertos. Se empleó el método Delphi, con la variante sugerida por Luis Campistrous y Celia Rizo (Campistrous, L. y C. Rizo, 2006). Se seleccionaron 25 especialistas a los que se solicitó llenaran el cuestionario. Se obtuvo respuesta de 18 profesionales, de los cuales 15 cumplen con los requerimientos necesarios para ser considerados como expertos. La selección se efectuó conforme a los resultados obtenidos en el análisis del documento ya referido.

En el proceso de selección se tuvieron en cuenta diversas variables que se enumeran en la tesis. Para precisar el grado de conocimiento y actualización sobre el tema de los expertos, se empleó el procedimiento basado en los criterios auto-valorativos. Para el logro de eso se tomó en cuenta la autoevaluación de los especialistas acerca de su competencia y de las fuentes que permiten argumentar sus criterios según los coeficientes determinados para ese ejercicio científico.

Se procedió entonces a la elaboración de una escala para efectuar la valoración integral del modelo y de la estrategia para gestionar el conocimiento matemático, la que se anexa en la tesis. Para la valoración de los expertos, se incluyeron diversos indicadores referidos a la correspondencia entre el modelo teórico y la estrategia; los subsistemas del modelo, las relaciones capitales que revela el modelo y la estrategia con su estructura, entre otros. Las matrices utilizadas aparecen en la sección Anexos de la tesis y los cálculos correspondientes se realizaron con el paquete estadístico Excel.

Los puntos de corte dan cuenta que la totalidad de las características, indicadores o atributos sometidos a la consideración de los

expertos se ubican, como tendencia grupal, en las categorías C1 y C2 que designan su presencia y su correcta concepción dentro de la propuesta.

CONCLUSIONES

- La manera de concebir el proceso docente-educativo de la Matemática en la República Dominicana es un progreso ascendente y de perfeccionamiento, en sentido general. Se visualizan avances en cuanto a indicadores tales como: papel del docente y estudiantes dentro del proceso, con un marcado carácter de protagonismo estudiantil en todas sus aristas; no obstante, los resultados no satisfacen todavía las necesidades de la sociedad.
- Como resultado de la caracterización gnoseológica, se afirma que la argumentación puede concebirse como un instrumento proporcionado por una cultura para desempeñar funciones tanto comunicativas como cognitivas, específicas en los ámbitos socioculturales concretos que las demanden, como es en este caso el proceso docente-educativo de la Matemática.
- En el diagnóstico se comprobó que existen insuficiencias en el proceso de formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática, en el segundo ciclo del nivel básico, y que a semejantes deficiencias no se presta la atención requerida en el proceso docente-educativo de la Matemática y básicamente se deja su tratamiento a la espontaneidad.
- El análisis de las fuentes teóricas, la experiencia de la autora y el diagnóstico realizado permitieron comprobar que en la didáctica de la Matemática es necesario caracterizar la habilidad para argumentar desde una perspectiva sistémica y contextualizada, entendida como un recurso de mediación en la construcción y reconstrucción del conocimiento matemático y favorecedora de aprendizajes reflexivos.

- Se develaron las relaciones existentes entre los subsistemas que componen el modelo y se argumentó que el proceso de formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática constituye un sistema estructurado a través de los subsistemas: orientación motivadora hacia la situación problema, cultura matemático-argumentativa y contextualización comunicativa de la argumentación en Matemática; de cuyas interacciones surgen las situaciones matemático-argumentativas como el escenario modelado a partir de las cuales resulta la habilidad para argumentar en Matemática.
- La **situación matemático-argumentativa** es el resultado del conjunto de relaciones que se producen entre los subsistemas y componentes del modelo, y ella se constituye en la relación de relaciones de carácter superior derivada de dicho modelo (sinergia del sistema). La situación matemático-argumentativa connota el escenario comunicativo que resulta ser la expresión de las interacciones producidas en el proceso docente-educativo de la Matemática y que favorecen el desarrollo de la argumentación, en su condición de habilidad de carácter matemático-comunicativo.
- La estrategia didáctica fue concebida como vía para la instrumentación del modelo, en una dinámica en la que se definen objetivos y acciones concretas de una manera integrada en las diferentes etapas por las que transita y que, a través de su implementación, permitirán al docente desarrollar la habilidad para argumentar en Matemática.
- Los resultados del criterio de expertos corroboraron la factibilidad teórica del modelo matemático-comunicativo y de la estrategia didáctica, como instrumento del modelo propuesto.
- Los resultados obtenidos en el pre-experimento pedagógico corroboraron la viabilidad de la hipótesis sustentada en la introducción de la presente investigación, y demostraron la posibilidad de influir positivamente en el aprendizaje matemático mediante la formación y desarrollo de la habilidad para argumentar en Matemática desde el PDE de la asignatura, en 8° grado.

RECOMENDACIONES

Profundizar en la concepción de los subsistemas que conforman la habilidad para argumentar en el lenguaje de la Matemática y sus relaciones esenciales.

Concebir situaciones matemático-argumentativas para otros contenidos de la Matemática escolar que se ajusten a los requerimientos expresados en el modelo.

REFERENCIAS

- Balacheff, N. (1999). "¿Es la argumentación un obstáculo?" Invitación a un debate. *International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*, número Especial, pp. 83- 102.
- Balacheff, N. (2001). "¿Es la argumantación un obstáculo?" Invitación a un debate. Grenoble, Vol. 9, No. 3, pp. 81-204.
- Campistrous, L. & Rizo, C. (1998). *El criterio de expertos como método de investigación educativa*. La Habana, Vol. 3, pp. 31.
- Contreras, A., Font, V., Luque, L. & Ordóñez, L. (2005). "Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 37, pp. 151-186.
- D'Amore, B. (2002). *Artículos sobre la investigación en didáctica de la matemática*. México, Grupo Editorial Iberoamérica, Vol. 11, No 2, pp 30-37.
- Dickson, L., Brown, M. & Gibson, B. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, Labor.
- Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva?* México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Duval, R. (2001). *La Geometría desde un punto de vista cognitivo*. PMME-UNISON.

- Gaulin, C. (2001). "Tendencias actuales de la resolución de problemas", revista *SIGMA*, Vol. 28, No. 19.
- Godino, J. D. (2002). "Un enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 8, No. 3, pp. 237-284.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). "Significado institucional y personal de los objetos". *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 43, No. 101, pp. 347-350.
- Godino, J. & Batanero, C. (1998). "Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education". En A. Sierpinska y J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*. Dordrecht, Kluwer, A. P.
- Godino, J. & Recio, A. (2001). "Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática". Revista *Investigación Didáctica*, Vol. 32, No. 1, pp. 199-219.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2007). "The onto-semiotic approach to research in mathematics education". *ZDM. España. The International Journal on Mathematics Education*, Vol. 39 (1-2), pp. 127-135.
- INAFOCAM (2007). "Medición de logros de las competencias curriculares del Nivel Básico", INAFOCAM, Vol. 1, art.45, pp. 52-60.
- Larios, O. (2000). *Las conjeturas en los procesos de validación matemática. Un estudio sobre su papel en los procesos relacionados con la Educación Matemática*. Tesis de Maestría, México, Universidad Autónoma de Querétaro. (<http://www.geocities.com/discendi2/tm/tm.html>.)
- Love, E. & Pimm, D. (1996). "This is so: A text on texts". En A. J. Bishon y cols. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 371-409). Dordrecht, Kluwer. Centre for Mathematics Education. The Open University, United Kingdom.

- Montes de Oca, N. (1998). *La habilidad de expresión oral en el lenguaje matemático en la asignatura Geometría I*. Tesis en opción al título de Máster en Investigación Educativa. La Habana, ICC P.
- Montes de Oca, N. (2004). "Argumentar empleando el lenguaje de la matemática: una necesidad para los profesores de esta ciencia". Evento Universitario, Cuba, Vol. 17, No. 5, pp. 84-93.
- Nesher, P. (2000). *Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático en Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, M.E.C. y Morata.
- Truran, K. (1994a). "Children's understanding of random generators. Short oral communication". *Proceeding of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. University of Lisbon.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically*. New York. Routledge and Kegan Paul.
- Plantin, C. (2005). *Argumentar y manipular para probar*. Universidad de Lyon.
- Polya, G. (1982). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México, Trillas.
- Rojas, E. (2009). "Estrategia Metodológica para la preparación de los docentes en el tratamiento de la habilidad argumentar en la asignatura de Matemática del segundo ciclo de la enseñanza primaria", Camaguey, Cuba, Vol. 1, pp. 25-32.
- Rothery, A. (1980). *Children reading mathematics*. Worcester, College of Higher Education.
- Santos, L. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. México, CINVESTAV.
- Santos, L. (1996). "Análisis de algunos de los métodos que emplean los estudiantes al resolver problemas matemáticos con varias formas de solución". *Revista Educación Matemática*, México, Vol. 8, No. 2, agosto, 57-70.

- Sarduy, D. (1998). *Propuesta metodológica para el desarrollo de la habilidad, empleo de términos y símbolos matemáticos en la formación del profesor de matemática*. Tesis en opción al título de Máster en Investigación Educativa. La Habana, ICCP, Cuba.
- Schoenfeld, A. (1988). *Mathematics, technology and higher order thinking. Technology in Education. Looking towards 2020*. Hillsdale, N. J., Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. Mathematics teaching and learning*. New York, Macmillan, USA.
- Schoenfeld, A. (1994). *Reflections on doing and teaching mathematics. Mathematical thinking and problem solving*. México, Hillsdale, NJ, Lawrence Erlbaum Associates.
- Sobrado, E. (1998). *Propuesta metodológica para el desarrollo de la habilidad explicar en la formación del profesor de matemática*. Tesis en opción al título de Máster en Investigación Educativa. La Habana. ICCP, Cuba.
- Truran, K. (1994a). "Children's understanding of random generators. Short oral communication", *Proceeding of the XVIII International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, University of Lisbon.
- Vigotsky, L. (1962). *Thought and Language*. Cambridge (Mass), MIT Press.
- Wenzelburger, E. (1990). "Teoría e investigación en Educación Matemática", *4 Conferencia TME*, Oaxtepec, México.
- Wertsch, J. V. (1993). *Voices of the Mind: Sociocultural Approach to Mediated Action*, Harvard University Press, Boston, U. S.
- Wittrock, M. (1968). *Handbook of Research on Teaching*, New York, MacMillan Publishing Company.