

Título

“Perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios, con el empleo de los asistentes matemáticos”

Autora

Ileana Miyar Fernández

Doctora en Ciencias Pedagógicas. Máster en Ciencias de la Educación mención Enseñanza de la Matemática, Máster en Tecnología Educativa, y Licenciada en Ciencias de la Computación. Directora de Innovación e Investigación Educativa y profesora de grado y postgrado de la Universidad APEC (UNAPEC). Profesora de la Universidad Iberoamericana (UNIBE).

Asesores

María de los A. Legañoa Ferrá, Doctora en Ciencias Pedagógicas, profesora titular del Centro de Estudios de Ciencias de la Educación “Enrique José Varona”, de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”, Cuba.

Ramón Blanco Sánchez, Doctor en Ciencias Pedagógicas, profesor titular del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Camagüey “Ignacio Agramonte Loynaz”, Cuba.

Fecha aprobación tesis

22 de mayo 2009

PERFECCIONAMIENTO DE LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS, CON EL EMPLEO DE LOS ASISTENTES MATEMÁTICOS

RESUMEN

La investigación tuvo como objeto el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la educación superior. Estuvo orientada al perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes, a partir de un modelo semiótico informático y de una metodología como instrumento para su implementación. El modelo está integrado por tres subsistemas: elicitación de preconceptos, apropiación-generalización y aplicación de conceptos; y se dinamiza a través de la contradicción existente entre el objeto matemático y la multiplicidad de representaciones semióticas que sirven para materializarlo.

La metodología propuesta viabiliza el perfeccionamiento conceptual en los estudiantes, propiciando un mejor desempeño en el empleo del Álgebra Básica en aplicaciones matemáticas. Para determinar la factibilidad y pertinencia se realizó un pre-experimento pedagógico formativo en la asignatura Álgebra Universitaria y para corroborar el valor científico metodológico de la propuesta (modelo y metodología) se empleó el método de criterio de expertos. La novedad científica consistió en revelar la lógica didáctica del perfeccionamiento conceptual a través de la consolidación del nexo símbolo-objeto matemático y la generalización teórica basada en la mediación semiótica y la interpretación del carácter singular-general del objeto algebraico, así como de las relaciones dialécticas objeto-proceso y variable-parámetro, con el empleo de los asistentes matemáticos.

PALABRAS CLAVE

Enseñanza del álgebra, formación de conceptos, asistentes matemáticos, mediación semiótica, nexo símbolo-objeto.

INTRODUCCIÓN

El perfeccionamiento de la enseñanza en la República Dominicana se ha convertido desde hace algunos años en el centro de atención de la Secretaría de Estado de Educación y Cultura (SEEC), en correspondencia con la política educacional que ha trazado el Estado dominicano (SEEC, 2008). El Dr. Leonel Fernández, presidente de la República, expresó: “[...] la educación y el manejo de los conocimientos es la mejor arma para que los pueblos puedan lograr sus metas de desarrollo en estos nuevos tiempos” (Fernández, 2008).

Por otra parte, los resultados obtenidos en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) realizado en el período del 2004 al 2008 (UNESCO, 2008) ubicó el país en el último lugar de los países de América Latina y el Caribe en los resultados de Lengua Española y Matemática. Recientemente la UNESCO, en su informe “Educación para todos en el 2015. ¿Alcanzaremos la meta?”, ubica nuevamente a República Dominicana en el lugar 14 de los 17 países de América Latina que participaron en el estudio, en cuanto a la posibilidad del cumplimiento de la meta del milenio de educación (UNESCO, 2007), por lo que es imperioso atender estos resultados dado que repercuten en la educación superior.

El Ministerio de Educación Superior Ciencia y Tecnología (MES-CYT) de la República Dominicana ha reconocido que la tasa de deserción estudiantil es en la actualidad de más de un 50% debido, entre otras causas, a los problemas que presentan los estudiantes en la formación precedente (MESCYT, 2008). En los retos o desafíos relativos a la oferta, la demanda y la transformación de las carreras que se reflejan en el citado informe, se expresa la necesidad de desarrollar programas propedéuticos para alcanzar mayores niveles de calidad en la educación superior y lograr resultados satisfactorios de formación académica.

La Universidad APEC (UNAPEC) se ha propuesto alcanzar los máximos estándares de calidad como un reto del nuevo milenio. En aras de lograr ese objetivo, ha realizado diversas acciones encaminadas a perfeccionar sus procesos sustantivos. Dentro de esas acciones desarrolló un análisis sobre la pedagogía del desempeño

del docente en el área de Matemática y decidió acometer la tarea de elevar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con la creación del proyecto “Mejora de la Enseñanza de la Matemática”, en cooperación con la Universidad de Camagüey, Cuba.

Unido a esto, la Universidad APEC llevó a cabo un proyecto de virtualización conocido como “UNAPEC Virtual” e implementó para su logro una política de capacitación de los profesores en las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), a fin de promover su utilización en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En ese orden de acciones creó un Centro de Apoyo a la Docencia (CADO), con la finalidad de proporcionar los recursos tecnológicos y asesorías en la preparación de materiales didácticos para el uso de entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje.

Enseñar Matemática es un problema importante y actual en todos los países. El impacto de las TIC sobre la enseñanza en general y en particular sobre la Matemática, unido a la necesidad del empleo de esta ciencia para el desarrollo del pensamiento lógico, la capacidad de razonamiento y la comprensión dinámica y cambiante de la realidad objetiva, obligan a perfeccionar cada vez más los métodos y procedimientos de la enseñanza de la Matemática, de manera que se logre la formación de un egresado con una alta capacidad de adaptabilidad y habilidades para “aprender a aprender”.

Los objetivos de la educación no pueden lograrse sólo con la utilización de los métodos explicativos e ilustrativos, los que no garantizan completamente la formación de las capacidades necesarias a los futuros profesionales en lo que respecta, fundamentalmente, a su independencia y a la solución creadora de los problemas no rutinarios y profesionales que se presenten. También se ha demostrado que en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática estos métodos son insuficientes.

Por esa razón, en los procesos de conceptualización y generalización teórica se requiere el desempeño por parte del estudiante de una actividad social reflexiva mediatizada por artefactos (Radford, 2006). Lo planteado anteriormente revela la importancia de la aplicación de

nuevos métodos en escuelas y universidades, lo que constituye una de las vías para la erradicación de las deficiencias existentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Una forma de lograr la renovación y modernización deseada es a través de la inclusión en los currículos de estudio del uso de las tecnologías como recursos para el aprendizaje.

En los últimos años se ha producido un fuerte movimiento dentro de la comunidad de profesores que utilizan los asistentes matemáticos en la enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con el fin de cambiar los usos didácticos tradicionales de estas herramientas. En muchos casos el uso se reduce al empleo de la computadora como una calculadora potente de altas prestaciones, lo que representa claramente una subutilización de estos recursos; por lo que se hace necesario un cambio de punto de vista para optimizar las oportunidades que ofrecen las TIC y tratar de fomentar la creatividad matemática de los estudiantes (Ortega, 2002; Galán y otros, 2002).

Diversos autores argumentan que se deben modificar dichos usos para maximizar las oportunidades que ofrecen estas tecnologías (García y otros, 2002), orientando su aplicación en el sentido de incidir positivamente en el aprendizaje (Dubinsky y Noss, 1996), aumentar considerablemente la posibilidad de experimentación (Hoya y otros, 2002) y permitir que el estudiante construya su conocimiento matemático bajo la orientación del profesor (Nava, 1998). De aquí se deriva la necesidad de profundizar en el uso adecuado de teorías psicológicas y pedagógicas, en la integración de las aplicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje y en realizar trabajos encaminados a formular una metodología para la enseñanza sustentada en el empleo de las TIC.

La apropiación de los conceptos matemáticos por los estudiantes es uno de los aspectos donde se manifiestan deficiencias notables y aunque se ha trabajado al respecto desde diferentes dimensiones, estas deficiencias se mantienen en la actualidad. Por otra parte, se aprecia en la literatura científica especializada que el problema ha sido tratado desde la perspectiva de la mediación semiótica, a través del uso de las TIC. Sin embargo, aún no se han resuelto

los problemas relativos a la formación conceptual (Godino, 2002; D'Amore, 2001; Doerr, 2001; y Arzarello y Robutti, 2004).

La mediación semiótica a través de registros de representación semiótica (RRS) y su contribución a la formación conceptual matemática ha sido ampliamente tratada en la literatura (Duval, 1988; Radford, 2006; D'Amore, 2001; Godino y Batanero, 1999; Otte, 2003; y Steinbring, 2005). Estos autores consideran que la construcción de los conceptos matemáticos depende estrechamente de la capacidad de usar más registros de representaciones semióticas de esos conceptos, lo que significa representarlos en un registro dado, tratar tales representaciones en un mismo registro y convertir tales representaciones de un registro dado a otro.

En la Matemática, específicamente en el Álgebra, se deben utilizar las computadoras como herramienta didáctica para posibilitarle al estudiante el uso de diferentes registros de representación semiótica, y de ese modo materializar los conceptos y lograr una mejor apropiación de los mismos (Santandreu, 2005; Darío y otros, 2007). Autores como Burrill (2002) y Doerr, (2001) han realizado investigaciones sobre el uso de las computadoras para la materialización y reconversión semiótica a partir de las posibilidades que brindan los asistentes matemáticos para ese fin. Además, las investigaciones han demostrado que las computadoras posibilitan realzar, enfatizar y alentar al estudiante a participar y a involucrarse con más libertad e independencia en su propio proceso de enseñanza-aprendizaje, donde tendrá un rol activo. También propician la interactividad, despiertan la motivación y permiten, a su vez, una atención diferenciada a los estudiantes.

En relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra, las investigaciones revelan dificultades (Kieran, 2007; Bartlo 2007; Drijvers, 2003; Kindt, 2000; y Gravemeijer y otros, 2000). Entre tales dificultades sobresale el hecho que los estudiantes cometen a menudo errores mientras ejecutan operaciones algebraicas, les resulta difícil detectarlos y corregirlos. Incluso estudiantes que son capaces de realizar procedimientos algebraicos específicos tienen un significado muy limitado de ellos y cometen errores cuando se les cambia ligeramente la presentación del problema.

En la Universidad APEC se presenta el problema de que los estudiantes tienen dificultades con el aprendizaje del Álgebra Básica que se imparte, corroborado esto a través del bajo porcentaje de estudiantes aprobados en la asignatura (35%) y los errores operacionales en los que subyacen errores conceptuales detectados en la revisión de exámenes parciales y finales.

Para profundizar en dicha situación e indagar en sus posibles causas, se realizó un diagnóstico causal en estudiantes de las carreras de Negocios de la Universidad APEC, consistente en encuestas a estudiantes, observación en clases, revisión de exámenes, entrevistas a profesores, análisis de documentos y pruebas pedagógicas; lo que puso en evidencia un conjunto de insuficiencias que permitieron corroborar las detectadas en el diagnóstico fáctico.

Las insuficiencias que presentan los estudiantes universitarios en la aplicación del Álgebra como herramienta de trabajo en la propia Matemática manifiestan la existencia de insuficiencias en el aprendizaje conceptual del Álgebra Básica en la universidad. Entre estas insuficiencias, cabe señalar:

- La carencia de dominio conceptual de la función, elemento fundamental del lenguaje matemático que conduce a errores en la modelación de sistemas reales.
- La carencia de dominio del concepto de conjunto, que conduce a errores en la utilización de las ecuaciones como herramientas matemáticas.
- La carencia de dominio conceptual de tecnicismos algebraicos en la resolución de las ecuaciones, lo que conduce a obtener soluciones extrañas o perder soluciones en la ecuación.
- La carencia de dominio del tecnicismo algebraico en el trabajo con desigualdades, lo que conduce a considerar el tratamiento de las desigualdades como igualdades y a no precisar el concepto.

El diagnóstico causal apuntó a que una de las causas fundamentales de tales insuficiencias estaba en que el proceso de enseñanza-

aprendizaje no contribuye a la correcta formación de los conceptos del Álgebra Básica, dada por la limitada consolidación del nexo símbolo-objeto matemático debido a las insuficiencias existentes en la materialización de los conceptos. De ahí que se consideró como problema científico las insuficiencias que presentan los estudiantes universitarios en la utilización del Álgebra Básica como herramienta de trabajo en aplicaciones matemáticas.

Se definió como objeto de la investigación el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la educación superior, con énfasis en la formación conceptual en los estudiantes con el empleo de las TIC.

A partir del problema, se propuso como objetivo de la investigación elaborar una metodología sustentada en un modelo semiótico-informático que contribuyera al perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios. Para dar solución al problema, la investigación asumió la hipótesis de que si se aplica una metodología basada en un modelo semiótico-informático que tome en cuenta la contradicción existente entre el objeto algebraico y la multiplicidad de representaciones semióticas que sirven para revelar el conjunto de rasgos capitales que lo caracterizan, se puede contribuir a perfeccionar la formación de los conceptos algebraicos en los estudiantes y, por ende, a su empleo en actividades matemáticas.

Conforme con el objetivo y la hipótesis de la investigación se realizaron varias tareas científicas: caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la educación superior; establecer la base teórica que permite sustentar la mediación semiótica con el empleo de las TIC en la formación de los conceptos algebraicos; caracterizar el estado actual del proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la Universidad APEC, con énfasis en la formación conceptual; elaborar el modelo semiótico informático para el perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios; diseñar las etapas de la metodología sustentada en el modelo semiótico informático propuesto; corroborar el valor científico metodológico de los principales resultados investigativos a través del método de criterio de expertos

y determinar la efectividad preliminar de la metodología a través de un pre-experimento pedagógico en la asignatura Álgebra Universitaria de la Universidad APEC.

MARCO TEÓRICO CONTEXTUAL

Para la elaboración del marco teórico contextual de la investigación se aplicaron diferentes métodos: el método histórico-lógico, el análisis-síntesis y métodos y técnicas empíricas. Los métodos histórico-lógico y análisis-síntesis se utilizaron para caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la educación superior, y establecer la base teórica que permite sustentar la mediación semiótica con el empleo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación, en la formación de los conceptos algebraicos.

La caracterización del proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la educación superior ha arrojado los siguientes resultados:

- El Álgebra es una parte de la disciplina matemática que se clasifica, según su contenido, en Álgebra Clásica y Álgebra Moderna; y según el nivel educativo donde se imparte, en Álgebra Básica y Álgebra superior. De acuerdo a la primera clasificación, en República Dominicana se enseña el Álgebra Clásica que comienza a estudiarse en octavo grado, donde se imparten nociones generales; y en primero de bachillerato se completa su enseñanza. Tal como afirma Kaput (2000), la no integración del pensamiento algebraico y su razonamiento a los cursos de Matemática desde edades tempranas provoca que el Álgebra sea considerada como el elemento curricular más problemático de la Matemática escolar en la actualidad, factor que provoca insuficiencias en su aprendizaje en la enseñanza media. Ese problema repercute en la educación superior y provoca deficiencias en la formación de base de los estudiantes. De ahí que en la enseñanza superior dominicana se impartan cursos propedéuticos de Álgebra Básica para preparar a los estudiantes, con vista a los cursos de Matemática que van a recibir en ese nivel.

- En la enseñanza del Álgebra tiene importancia no sólo la enseñanza de los conceptos, sino también el lenguaje utilizado para expresarlos. Se distinguen tres fases en el desarrollo del lenguaje del Álgebra: Retórica, Sincopada y Simbólica; en esta última se enfatiza la importancia de la transformación ocurrida con la aparición de las computadoras, de manera que como expresa Bautista (1994), el desarrollo del pensamiento algebraico se ha potenciado debido a la aparición de los nuevos sistemas de representación propios de las nuevas tecnologías. Por tanto, la autora considera necesario el símbolo en el lenguaje matemático, en particular porque los objetos matemáticos se tratan en el ámbito conceptual, por lo que es imprescindible disponer de una materialización del pensamiento para estudiarlos.
- Las diferentes dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra reflejan la existencia de un conjunto de contradicciones que emanan de su comprensión, dentro de las cuales la autora realiza las más significativas: la informal-formal, el concreto-abstracto, la singular-general, la variable-parámetro y el objeto-proceso. Pero dentro de ellas, para la formación conceptual del Álgebra, son fundamentales las relaciones dialécticas que se dan en los tres últimos tipos, dado que el pensamiento algebraico supone la representación de modelos, las relaciones entre variables y su generalización teórica.
- La enseñanza del Álgebra está enmarcada principalmente en dos tendencias pedagógicas: la constructivista y el enfoque histórico-cultural; este último, al que se afilia la autora.
- Dentro de los diversos enfoques que se distinguen en la bibliografía para el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra, resultan los más comunes: el de solución del problema; el enfoque funcional; el enfoque por generalización, patrones y estructura; el enfoque del lenguaje y el enfoque histórico. Sin embargo, la autora considera que ellos no pueden utilizarse separados en la práctica educativa, porque una situación problemática frecuentemente provoca actividades algebraicas

desde los diferentes enfoques. Por consiguiente, se impone la necesidad de perfeccionar la formación de conceptos matemáticos en la enseñanza-aprendizaje del Álgebra, a partir de un enfoque integrado desde una concepción histórico-cultural que tome en cuenta las relaciones dialécticas de las contradicciones principales: carácter objeto-proceso, variable-parámetro y carácter singular-general del objeto algebraico.

En cuanto a la caracterización desde el punto de vista psicológico del proceso de formación de conceptos matemáticos en el ámbito universitario, la autora critica las concepciones de Piaget y neopiagetianas y encomia la importancia del símbolo en el desarrollo intelectual del ser humano; concluye en la necesidad de la consolidación del nexo símbolo-objeto si se aspira a desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra desde una perspectiva conceptual. Asimismo, asume una posición vigotskiana y reconoce en este proceso el papel de la generalización, según Davidov.

Desde la perspectiva didáctica, la autora comparte las concepciones vigotskianas en lo relativo a que la transición de complejos a conceptos se hace posible por el uso de pseudo-conceptos y considera además que el proceso de enseñanza-aprendizaje debe dirigirse a un uso apropiado del concepto junto con las intervenciones sociales a fin de provocar que el pseudo-concepto sea transformado en concepto científico. También asume otro aspecto abordado en los estudios sobre el enfoque histórico-cultural en la enseñanza de la formación de conceptos, que es el relacionado con la semiótica.

La autora acepta la necesidad de utilizar múltiples formas de representación semiótica (a las que Duval denominó registros de representaciones semióticas, o RRS) y la transferencia entre esos registros para la enseñanza de la formación de los conceptos algebraicos; así como los errores provocados en la enseñanza de los conceptos cuando éstos se trabajan desde un solo modo de representación, y por eso considera importante enseñar los procesos de conversión entre registros. D'Amore y otros autores concuerdan en cuanto al significado de un término o expresión desde un punto de vista pragmático, por lo que el uso de diferentes registros semióticos permitirá al individuo la mejor comprensión del objeto.

De la consolidación del nexo símbolo-objeto, la autora considera que se requiere, además, que el estudiante trabaje con el objeto representado por diferentes símbolos, que sea capaz de identificar el objeto en sus diferentes semióticas; así como expresar el objeto a través de diferentes símbolos, realzando el papel fundamental que juega en la consolidación de este nexo (Blanco, 2007) la codificación y decodificación de diferentes representaciones semióticas de los objetos matemáticos. En esta perspectiva coincide con Blanco en que una de las actividades fundamentales de los profesores es enfrentar los estudiantes a problemas en los que, para poder resolverlos, necesitan realizar conversiones entre distintos registros.

Como resultado del estudio realizado, la autora considera que para lograr la formación conceptual y el desarrollo de la generalización teórica del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra, es necesario desarrollar la actividad del estudiante en interacción social mediada por instrumentos semióticos, orientada a la consolidación del nexo símbolo-objeto a través de la materialización y recodificación semiótica. Además, dado el carácter histórico del aprendizaje del estudiante es necesario tener en cuenta los pre-conceptos con los que llega a la universidad y en qué forma esos preconceptos evolucionan a conceptos científicos.

En cuanto al análisis del empleo de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en el aprendizaje de la Matemática en general, y del Álgebra en particular, la autora considera que ellas pueden ayudar a generar una amplia escala de ejemplos y contra-ejemplos que proporcionen a los estudiantes las oportunidades de reunir información para elaborar la organización de los conocimientos conforme a esas experiencias (Berger, 1998; Mason, 1996; Pea, 1987).

Coincide con diversos autores (Hillel y otros, 1992; O'Callaghan, 1998) que dentro de las ventajas que éstas proporcionan a ese proceso está el empleo de contextos realistas, la aplicación del método científico a las situaciones problemáticas, la materialización e integración de diferentes representaciones semióticas, la experiencia de dinámicas con una situación problemática, una forma flexible de hacer Matemática (Burrill, 2002) y la facilitación en la creación de ambientes de aprendizaje interactivos.

Asimismo, reconoce que en el caso particular del Álgebra, la materialización semiótica se relaciona con la elaboración y manipulación de gráficas; que en entornos tecnológicos eso se puede hacer de forma rápida, flexible y dinámica; que estos ofrecen oportunidades para hacer transferencias entre diferentes registros semióticos de una relación y, en particular, para vincular entre sí representaciones gráficas y algebraicas; por último, que esas transferencias pueden estimular la percepción de los diferentes registros semióticos como diferentes visiones de un mismo objeto matemático, y pueden vincular las propiedades visuales y algebraicas de la función estudiada.

Concretamente en cuanto a los asistentes matemáticos, casi todos los autores (O'Callaghan, 1998; Brown, 1998; Graham y Thomas, 1999) coinciden que contribuyen al aprendizaje del Álgebra, al desarrollo de estrategias de solución de problemas y a la formación de conceptos matemáticos.

Para la caracterización del estado actual del proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica en la Universidad APEC con énfasis en la formación conceptual, se realizó un diagnóstico en dicha asignatura en el cuatrimestre enero-abril del 2008 donde se aplicaron métodos y técnicas empíricas, tomando en cuenta los siguientes indicadores:

- Métodos y recursos empleados (dentro de estos el empleo de las TIC en la mediación semiótica).
- Carácter de la participación y productividad de los estudiantes en clases.
- Dominio de conceptos capitales y registros de representación semiótica utilizados.

Para eso se utilizaron técnicas como encuestas a estudiantes y entrevistas a profesores, análisis del producto de la actividad (revisión de exámenes), y prueba pedagógica sobre conceptos de Álgebra unido a la observación del proceso; lo que reveló datos interesantes que demuestran las insuficiencias presentes en el proceso de formación conceptual en los estudiantes. Esos elementos fueron enriquecidos,

a su vez, con el análisis documental de la tesis de maestría de la autora y los resultados que reporta el departamento de Matemática cuatrimestralmente sobre la asignatura objeto de estudio.

El diagnóstico arrojó que existe un papel protagónico por parte del profesor y que los métodos que prevalecen son expositivos, con poco uso de medios audiovisuales así como de otros recursos, lo que provoca una insuficiente materialización de los conceptos. Los estudiantes se caracterizan por ser pasivos, reproductivos y muestran muchas dificultades en la solución de problemas nuevos, confunden el concepto matemático con un tipo de representación semiótica. Se observa un divorcio entre el registro algebraico y el gráfico, privilegiándose el algebraico, lo que demuestra un débil nexo símbolo-objeto y, además, tienen deficiencias en las operaciones algebraicas debido a errores conceptuales.

Lo anterior corroboró las insuficiencias que existen en la utilización del Álgebra como herramienta en aplicaciones matemáticas que develan una insuficiente formación conceptual, a partir de un limitado nexo símbolo-objeto.

MODELO SEMIÓTICO-INFORMÁTICO Y METODOLOGÍA PARA EL PERFECCIONAMIENTO DE LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

Para el perfeccionamiento de la formación conceptual se requiere superar la contradicción externa que se da entre las exigencias en el desempeño profesional relacionadas con el empleo del Álgebra Básica como herramienta de la Matemática y la apropiación de conceptos algebraicos. Esta contradicción se encuentra relacionada con otra contradicción que ocurre en el proceso de formación conceptual, y que es inherente al concepto matemático. El concepto matemático siempre alude a un objeto que no existe como objeto real, dado que los objetos matemáticos nunca son accesibles por la percepción. Por ende, la designación de los objetos matemáticos pasa necesariamente por un registro semiótico de representación. Sin embargo, cada representación semiótica pone de relieve diferentes aspectos del objeto que representa, por lo que es necesario que el

estudiante utilice diferentes representaciones para la formación del concepto y realice la conversión entre estas representaciones.

La conceptualización, como actividad cognitiva del aprendizaje matemático, requiere la utilización de múltiples registros de representación. Al mismo tiempo, es imprescindible distinguir entre el objeto matemático y su representación semiótica, dado que toda confusión entre el objeto y su representación provoca una conceptualización inadecuada que limita el uso del mismo como herramienta matemática. El objeto matemático y la multiplicidad de representaciones semióticas que sirven para revelar el conjunto de rasgos capitales que lo caracterizan, constituyen una expresión de la contradicción dialéctica entre esencia y fenómeno.

El modelo semiótico informático propuesto contribuye a superar las contradicciones que se originan en el proceso de formación conceptual de los estudiantes en el Álgebra Básica, en la educación superior. Está dinamizado por la interrelación que se da entre la contradicción externa y la interna, las cuales, en su unidad, constituyen la fuente de desarrollo del proceso.

En la modelación del proceso de formación conceptual en los estudiantes, en el Álgebra Básica, así como en la metodología que instrumenta este modelo, se utilizó el método sistémico estructural funcional. Las ideas básicas que sustentan el modelo, derivadas de los referentes, son:

- **Del carácter capital de la actividad práctica con herramientas semióticas para la conceptualización.** La construcción del conocimiento se realiza desde la actividad práctica, donde la actividad psíquica solo es posible a través de los mediadores semióticos.
- **De la formación del nexo símbolo-objeto.** El carácter conceptual de los objetos matemáticos determina la necesidad de su representación en el ámbito simbólico.
- **De la recodificación semiótica del nexo símbolo-objeto.** Se reconoce que el sujeto consolida el nexo símbolo-objeto e independiza el objeto de su representación semiótica cuando es

capaz de representar el mismo objeto en diferentes registros de representación semiótica y realizar transferencias entre los diferentes registros de representación semiótica.

- **De la relación dialéctica variable-parámetro.** En el trabajo algebraico se requiere que el símbolo sea capaz de representar tanto una variable, como un parámetro, lo que se manifiesta de esta manera por la relación dialéctica variable-parámetro que existe en el Álgebra.
- **De la relación dialéctica proceso-objeto.** La aplicación del modelo revela la relación dialéctica proceso-objeto que se requiere dominar para realizar un trabajo algebraico eficiente.
- **De las potencialidades de los asistentes matemáticos para la formación conceptual.** Constituyen herramientas mediadoras en los procesos de consolidación del nexo símbolo-objeto y contribuyen a interpretar las relaciones capitales del Álgebra al realizar el carácter singular-general del objeto algebraico; contribuyen además de forma dinámica a la generalización y visualización dinámica de los roles de las variables y los parámetros, en las expresiones algebraicas.

Los principales subsistemas que caracterizan el modelo semiótico informático son: elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización de los conceptos y aplicación de los conceptos.

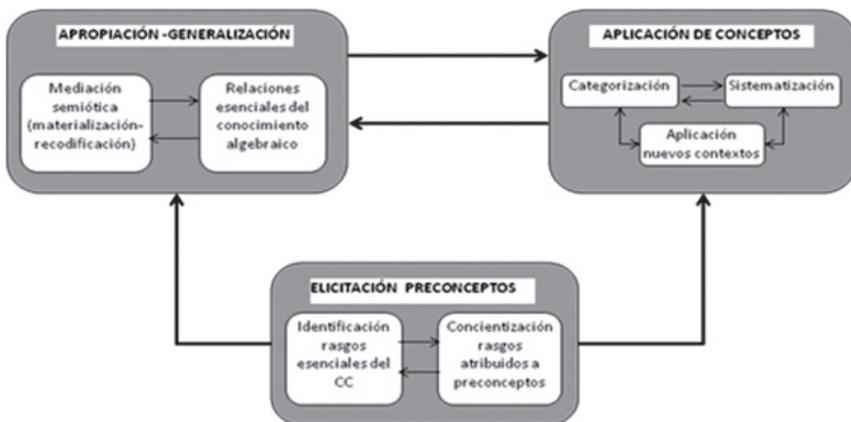


Figura 1. Representación gráfica del modelo semiótico-informático del perfeccionamiento conceptual.

Primer subsistema: elicitación de los preconceptos. La elicitación es el proceso de manifestar los preconceptos de los estudiantes, proceso que es imprescindible para promover el perfeccionamiento de la formación conceptual. La función del subsistema es develar los preconceptos para promover la motivación intrínseca hacia el concepto teórico. Los estudiantes en la enseñanza precedente utilizaron los conceptos sin haberlos formado correctamente, generalmente identificando el concepto con una representación semiótica particular, lo que les llevó a la formación de pseudo-conceptos. En este proceso se enfrenta el estudiante con el concepto científico a fin de promover el paso del pseudo concepto al concepto científico.

La elicitación se produce a partir de la actividad matemática que los estudiantes realizan a través del empleo de los asistentes matemáticos. La identificación de los rasgos capitales de los conceptos científicos en la representación, en los diferentes registros semióticos y en la concienciación de los rasgos atribuidos por los estudiantes a los pseudo-conceptos, constituyen los dos componentes internos capitales del subsistema.

Segundo subsistema: apropiación-generalización del concepto algebraico. La formación de conceptos algebraicos es una actividad intelectual dinámica e iterativa que se da en el curso de operaciones complejas en la actividad matemática y su resultado se perfecciona a través de la misma. Para su consecución, se aborda desde una posición epistemológica y ontológica. En la posición epistemológica se precisa la manera en que esos objetos llegan a ser apropiados, mientras que la posición ontológica consiste en precisar la naturaleza de los objetos algebraicos. La síntesis entre esas dos posiciones es la génesis del perfeccionamiento de la formación conceptual.

La función del subsistema es lograr la apropiación del concepto y su generalización teórica, a partir de la actividad estructurada racionalmente con el empleo de los asistentes matemáticos.

La posición epistemológica se fundamenta en que la formación conceptual se desarrolla a través de los procesos de internalización y

generalización teórica, que se encuentran estrechamente vinculados. Esos procesos se dan en el plano interno mediado y materializado por el símbolo, pero requieren desarrollarse de forma consciente e intencionada. Los mismos se viabilizan con el empleo de los asistentes matemáticos, los equivalentes a instrumentos de mediación por excelencia, debido a que son herramientas que su uso proporciona sistemas de signos que posibilitan fortalecer el nexo símbolo-objeto.

Para que se produzca la generalización teórica y la internalización del concepto matemático científico es preciso que el estudiante desarrolle una actividad matemática en el plano externo en interacción social, mediada y materializada por los signos, los que posibilitan la representación de los conceptos a través de diferentes registros que pueden desarrollarse con los asistentes matemáticos.

La representación del concepto en un registro semiótico posibilita al estudiante identificar determinadas características del objeto, las cuales son comprendidas al ser tratadas diferentes representaciones del concepto. Sin embargo, la representación de un objeto en un registro semiótico no siempre posibilita identificar todos los rasgos capitales que lo caracterizan, dado que la representación semiótica de un concepto no es unívoca y es relativa al registro semiótico. La materialización semiótica con los asistentes matemáticos emerge entonces de la interacción que se produce en la actividad matemática, entre la representación y el tratamiento de los conceptos en un mismo registro semiótico.

Para alcanzar la comprensión total del concepto se necesita desarrollar la conversión que lleva de una representación en un registro semiótico a la representación en otros registros semióticos diferentes, lo que posibilita la elección de un registro en lugar de otro frente a cualquier situación relativa al concepto. La conversión entre diferentes registros semióticos ocurre de manera más directa cuando ellos son congruentes. Sin embargo, ese proceso no es evidente para la mayoría de los estudiantes debido al fenómeno de la no congruencia entre los registros de representación semiótica, lo que

constituye una de las principales causas de las insuficiencias en la formación conceptual.

Para perfeccionar la formación conceptual es necesario enseñar al estudiante a realizar conversiones entre registros semióticos, lo que puede ser desarrollado a partir del empleo de los asistentes matemáticos que posibilitan el desarrollo de coordinaciones progresivas entre variados sistemas semióticos de representación (algebraicos y gráficos). Los asistentes matemáticos posibilitan la realización de un análisis semiótico comparativo progresivo entre las representaciones en distintos registros, al proporcionar un entorno informático que permite colocar dichas representaciones frente a frente y realizar una correspondencia entre la unidad significativa de la representación en el primer registro y la unidad significativa del segundo.

La realización de una actividad matemática centrada en la representación del objeto, en una diversidad de registros, con el uso de los asistentes matemáticos; la conversión entre registros algebraicos y gráficos, en la que se comparan y hacen corresponder las unidades significantes del objeto algebraico expresadas en cada registro y la interpretación de sus conversiones mutuas posibilitan que el estudiante establezca la coordinación entre los registros semióticos y desarrolle así el proceso de recodificación semiótica.

Este proceso actúa como dinamizador de la independencia del concepto de una representación semiótica, contribuyendo a la objetivación del concepto. Es importante realzar que este tipo de actividad matemática potencia el aprendizaje de los conceptos, dada su contribución a la interpretación a partir de la movilización de las analogías presentes en cada forma de representación. La recodificación semiótica emerge entonces de la interacción que se da en la actividad matemática con los asistentes matemáticos entre la representación de la diversidad de registros semióticos, la comparación y correspondencia entre las unidades significantes del objeto representado y la interpretación de las conversiones mutuas entre los registros semióticos.

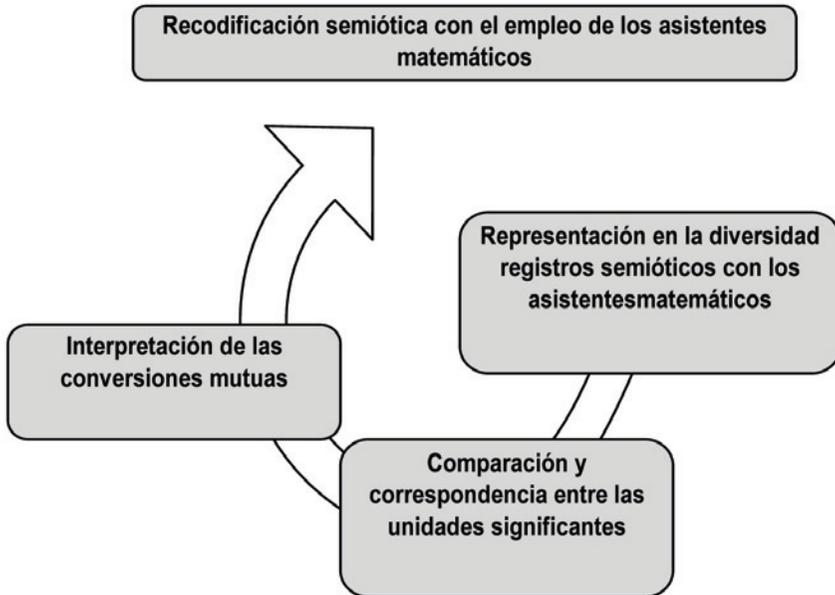


Figura 2. Recodificación semiótica con el empleo de los asistentes matemáticos

La actividad de decodificación de un registro semiótico particular para producir la codificación en otro registro semiótico, determinando los atributos capitales del objeto que se manifiestan en cada forma de representación y la coordinación entre estos, posibilita elaborar el concepto científico y comprender su carácter general, por cuanto se toma en cuenta una mayor comprensión de los atributos capitales. Esta elaboración posibilita articular y sintetizar esas propiedades del concepto, independizando esta construcción de un registro semiótico particular, lo que le confiere un mayor grado de abstracción.

La mediación semiótica emerge de la interacción que se produce en la actividad matemática con los asistentes matemáticos, entre la materialización semiótica y la recodificación semiótica. Además, en ella se promueve la elicitación de los preconceptos, dado que los significados atribuidos a los conceptos por los estudiantes tienden a perdurar, por lo que es necesario atender al mismo durante todo el proceso de perfeccionamiento conceptual.

La mediación semiótica que ofrece la actividad matemática soportada por los asistentes matemáticos y la interacción social que en ella se produce, contribuye a la consolidación del nexo símbolo-objeto. A través de ese nexo se posibilita la identificación del concepto en diferentes registros semióticos y se promueve su independencia de un registro en particular.

Para lograr el perfeccionamiento de la formación conceptual algebraica en los estudiantes hay que tomar en cuenta además que, en el caso particular de los objetos algebraicos, es necesario que los estudiantes se apropien de las relaciones dialécticas que superan las contradicciones fundamentales que emanan de la comprensión del Álgebra. Estas son: el carácter singular-general del objeto algebraico, la relación dialéctica variable-parámetro y la relación dialéctica objeto-proceso.

El carácter singular general del objeto algebraico. El objeto algebraico es singular respecto al objeto que representa en un problema particular; puede ser particular cuando represente un modelo con determinadas características, y así mismo puede ser general pues representa otros objetos que lo tienen como modelo. Esta dualidad dialéctica no resulta inmediata para el estudiante, pese a que la interpretación adecuada de la misma es fundamental en la construcción y aplicación del conocimiento matemático. El empleo de los asistentes matemáticos resulta conveniente para favorecer la actividad matemática a fin de interpretar el carácter singular-general del objeto algebraico, dadas sus potencialidades amplificadoras que posibilitan la generación de múltiples ejemplos de una situación dada.

La relación dialéctica variable-parámetro es otra manifestación de esta relación dual. El parámetro es un medio de generalización y su uso vuelve explícitos los diferentes roles que el símbolo puede jugar, por lo que finalmente el parámetro contribuye al uso del símbolo con un mayor grado de generalidad. El uso del parámetro permite generalizar lo que ya es general a una dimensión mayor. La generalización que usa variables produce cambios sobre las relaciones aritméticas, mientras que la variación y generalización de los parámetros produce generalizaciones sobre las relaciones algebraicas. Como se puede apreciar, el "carácter general del objeto algebraico" se amplía (se logra un meta-nivel de generalización) cuando su semiótica está dada mediante variables y parámetros.

Los asistentes matemáticos posibilitan la actividad matemática que propicia caracterizar las variables y parámetros, y vuelve objetivas sus diferencias a través del estudio de múltiples ejemplos, los que se pueden mostrar con inmediatez a partir de las acciones que realizan los estudiantes con los mismos.

La relación dialéctica objeto-proceso es otra relación capital en el perfeccionamiento de la formación conceptual en los estudiantes. Se produce en el hecho que un concepto matemático generalmente tiene dos dimensiones: una como proceso operacional y otra como objeto matemático. Inicialmente, para el estudiante el aspecto operacional predomina sobre el objetual, por lo que se requiere desarrollar en el estudiante la habilidad para cambiar de uno a otro (operacional-objetual) cada vez que sea necesario. No se puede aspirar a un desarrollo conceptual de los estudiantes en los conceptos algebraicos si no logran interpretar adecuadamente estas relaciones. Por lo tanto, la actividad matemática del estudiante se efectuará sobre los objetos algebraicos que incluyen acciones sobre dichas relaciones.

La realización de la actividad matemática del estudiante sobre los objetos algebraicos, en la que se utilizan los asistentes matemáticos para la mediación semiótica con la inclusión de acciones sobre las relaciones capitales del conocimiento algebraico, es un modo de alcanzar las generalizaciones teóricas e internalizar los conceptos algebraicos. En este subsistema se pueden significar como componentes la mediación semiótica con los asistentes matemáticos y la interpretación de las relaciones capitales del conocimiento algebraico.

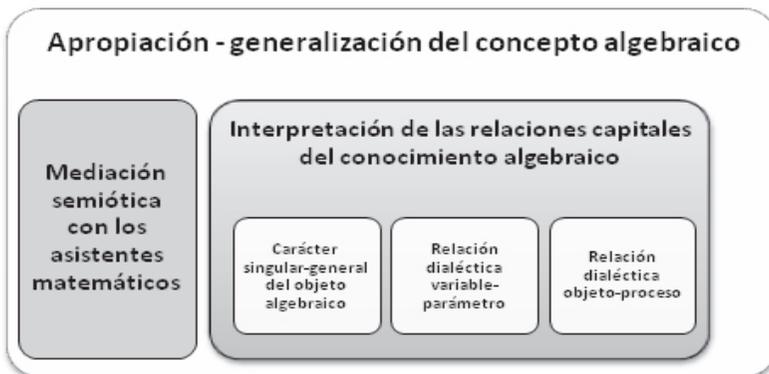


Figura 3. Subsistema apropiación-generalización del objeto algebraico.

TERCER SUBSISTEMA: APLICACIÓN DE CONCEPTOS

El proceso de apropiación de un concepto debe realizarse inseparablemente unido al proceso de su aplicación práctica. La función de este subsistema es propiciar el perfeccionamiento de la formación conceptual algebraica a través de su utilización práctica en la actividad matemática. Para eso es imprescindible que el estudiante desarrolle diferentes tipos de actividades matemáticas: de categorización, de sistematización y aplicación en nuevos contextos, a la par que desarrolla el proceso de formación del concepto, ya que no es posible hablar de la apropiación del concepto si el sujeto no es capaz de utilizar el concepto en alguna aplicación.

La categorización es la actividad en la que el estudiante categoriza, ante situaciones nuevas y no familiares, en ejemplos y no ejemplos del concepto, y argumenta cada categorización a partir de los atributos capitales. La sistematización es aquella actividad en la cual se manifiesta la conexión del concepto nuevo con otros conceptos algebraicos, posibilitando la comprensión del carácter sistémico de los conceptos; su interdependencia dentro de la red de conceptos del Álgebra le permite pasar de un concepto a otro, lo que les confiere mayor aplicabilidad a los mismos en la actividad matemática. La aplicación del concepto en nuevos contextos es la actividad matemática que se sustenta en que el uso de conceptos, en condiciones no similares a aquellas en que fue aprendido, permite comprenderlo y dominarlo más amplia y correctamente, a la par que sirve para juzgar si lo ha dominado realmente.

En la aplicación de los conceptos se manifiesta también el proceso de elicitación de los preconceptos, debido a que el proceso de formación conceptual es muy complejo y los rasgos atribuidos por los estudiantes a los conceptos tienden a persistir en su actividad matemática.

En este subsistema se pueden denotar como componentes la categorización, la sistematización y la aplicación a nuevos contextos. La actividad matemática desarrollada en la aplicación de los conceptos está sobre las interrelaciones entre estos tres componentes.

Las relaciones del modelo emergen como consecuencia de la interacción entre los subsistemas, aunque algunas se manifiesten con mayor importancia asociadas a un subsistema en particular. Del modelo antes expuesto, emergen las relaciones siguientes:

- **Elicitación de los preconceptos como proceso recurrente en la formación conceptual.** Permite identificar los preconceptos que tienen los estudiantes al identificar el objeto a través de una representación semiótica particular, con el auxilio de los asistentes matemáticos.
- **Perfeccionamiento de la formación conceptual como resultado de la unidad dialéctica entre la apropiación-generalización y la aplicación de los conceptos.** Es un proceso dinámico y complejo que se produce como consecuencia del desarrollo e interrelación de la generalización teórica, de la apropiación y la aplicación de conceptos. Estos procesos transcurren a través de la mediación semiótica y la interpretación de las relaciones capitales del conocimiento algebraico, que logra con el empleo de los asistentes matemáticos, y propicia la consolidación del nexo símbolo-objeto.
- **Independencia del concepto algebraico de una semiótica particular y su carácter generalizador emerge como resultado de la relación de interdependencia que se produce entre los subsistemas.** Al producirse la elicitación de los preconceptos de los estudiantes, se produce la apertura al nuevo conocimiento que se forma en la interrelación entre la apropiación-generalización y la aplicación de los conceptos; sustentados estos procesos en los asistentes matemáticos, dadas las posibilidades que estos ofrecen como mediadores y generalizadores. Al realizar conversiones entre registros de representación semiótica del objeto con los asistentes matemáticos, se pueden realzar las diferentes características del mismo, las que son integradas en el concepto que se objetiva y se independiza así de un registro de representación semiótica particular.

Las relaciones que se derivan del modelo semiótico informático determinan la lógica didáctica del perfeccionamiento de la formación

conceptual, que presupone la existencia de tres fases: elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización y aplicación del concepto como expresión de los procesos requeridos según el modelo para tal fin. El desarrollo de estas fases está contenido en la metodología que se propone, al instrumentarse su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Básica.

METODOLOGÍA PARA EL PERFECCIONAMIENTO DE LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS, CON EL EMPLEO DE LOS ASISTENTES MATEMÁTICOS

La metodología que se presenta tiene el propósito de lograr el perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes, en los temas de Álgebra Básica que se imparten en cursos propedéuticos en la educación superior. Este perfeccionamiento se dirige a que los estudiantes logren la independencia del concepto algebraico de una semiótica particular y se apropien del carácter generalizador del mismo. La autora considera que esta es una vía para contribuir a que los estudiantes apliquen de forma adecuada el Álgebra como herramienta de la Matemática. En tal sentido, se propone una metodología que se sustenta en la consolidación del nexo símbolo-objeto y en la asunción de las relaciones fundamentales del Álgebra para la formación del carácter generalizador del conocimiento algebraico, con el uso de los asistentes matemáticos. La metodología propuesta consta de: objetivo general, requerimientos para su implementación, características fundamentales y etapas.

Dentro de las características fundamentales se realiza que las tareas a realizar por los estudiantes se ejecutan siguiendo la lógica didáctica del perfeccionamiento de la formación conceptual, que establece las fases de elicitación de preconceptos, apropiación-generalización y aplicación del concepto sustentado en la consolidación del nexo símbolo-objeto y en la asunción de las relaciones fundamentales del Álgebra para la formación del carácter generalizador del conocimiento algebraico, con el empleo de los asistentes matemáticos.

La metodología cuenta con el desarrollo de tres etapas: diagnóstico, planificación y ejecución. En la primera se realiza el diagnóstico de

la formación conceptual de los estudiantes universitarios relativa al Álgebra Básica, para la que se aplica una prueba diagnóstica. En la segunda se planifican las tareas teniendo en cuenta las fases declaradas y los tipos de clase, en función de las dificultades y potencialidades detectadas; de igual modo se planifica cómo y cuándo evaluar. En la tercera se concreta de manera eficiente y efectiva lo planificado, lo que implica que se toma en cuenta la lógica didáctica del perfeccionamiento de la formación conceptual, transitando por las fases de elicitación, apropiación-generalización y aplicación de conceptos.

Atendiendo a las fases, los tipos de tareas son: en la fase de elicitación, tareas para elicitación el estado del conocimiento algebraico que poseen los estudiantes; en la fase de apropiación-generalización, tareas de materialización en diferentes registros semióticos, tareas de recodificación entre registros semióticos, así como tareas de apropiación de las relaciones del Álgebra; y en la fase de aplicación de conceptos, tareas de categorización, sistematización y aplicación en nuevos contextos.

Las tareas de materialización y recodificación semiótica fusionan la representación, el tratamiento y la coordinación de registros semióticos. A partir de la representación y tratamiento de conceptos matemáticos se identifican rasgos capitales de los conceptos estudiados. El análisis semiótico comparativo realizado con el asistente matemático entre la representación en el registro algebraico, con la representación en el registro gráfico, posibilita la coordinación entre unidades significantes.

Como tareas de apropiación de las relaciones del Álgebra está la ilustración de la relación dialéctica variable-parámetro, a través de la representación de familias de gráficos de curvas de distintos tipos, formulada a través de variables y parámetros.

Las tareas de sistematización posibilitan la comprensión del carácter sistémico de los conceptos y el análisis de su interdependencia dentro de la red de conceptos del Álgebra, al pasar de un concepto a otro, lo que contribuye a su aplicabilidad en la actividad matemática. Un ejemplo de tarea es establecer la conexión entre las ecuaciones de segundo grado, los conceptos de variable-parámetro y las inecuaciones.

Las tareas de aplicación en nuevos contextos se realizan con el objetivo de evitar el trabajo reproductivo de los estudiantes y contribuir a la formación del concepto. Son importantes los ejercicios donde el estudiante tenga que considerar diferentes opciones, como es el caso de los sistemas de ecuaciones con ecuaciones modulares.

Se determinó que los tipos de clase donde se realizarán las situaciones de aprendizaje, serán conferencias interactivas, talleres y clases prácticas.

La conferencia interactiva tiene como objetivo que los estudiantes develen los preconceptos que poseen sobre los conceptos fundamentales de la unidad, a partir del reconocimiento de los rasgos capitales de los conceptos científicos. Este proceso se da a través de la interacción entre las explicaciones del profesor, las tareas que desarrollan con los asistentes matemáticos y el diálogo entre los estudiantes.

El taller tiene como objetivo la formación de los conceptos algebraicos a partir de la actividad matemática que los estudiantes realizan con los asistentes matemáticos, interactuando entre sí. En este tipo de clase se promoverá entre los estudiantes, y entre éstos y el profesor, la confrontación, la discusión y la colaboración al realizar tareas de apropiación-generalización y de aplicación del concepto, con el empleo de los asistentes matemáticos. Entre las tareas a desarrollar están las de materialización en diferentes registros semióticos, de recodificación entre registros semióticos, de apropiación de las relaciones del Álgebra, de categorización, de sistematización y de aplicación en nuevos contextos.

Las clases prácticas tienen como objetivo que los estudiantes desarrollen habilidades operacionales algebraicas. Éstas se desarrollarán con o sin el empleo de los asistentes matemáticos y en las mismas se promoverá la interacción social. Las actividades docentes se desarrollarán en condiciones que garanticen que los estudiantes puedan trabajar con el asistente matemático cuando así se requiera, en pequeños grupos.

En la etapa de ejecución se concretará lo planificado. La fase de elicitación se desarrollará durante la(s) conferencia(s) interactiva(s)

de cada unidad. La metodología a emplear se sustenta en una participación activa de los estudiantes, en la que se alternan breves presentaciones sobre contenidos con tareas de elicitación para revelar las dificultades comunes conceptuales. Los estudiantes deben resolverlas utilizando los asistentes matemáticos y para eso deben trabajar en pequeños grupos (2 a 3 individuos) para valorar las respuestas. Este método promueve la actividad intelectual del estudiante de forma continua durante la conferencia y proporciona retroalimentación continua al profesor y a los estudiantes del nivel de comprensión de los conceptos tratados.

Las fases de apropiación-generalización y de aplicación del concepto se llevarán a cabo en los talleres, desarrollándose las mismas de forma coordinada. Aquí los estudiantes enfrentarán tareas cuya solución requiere la apropiación y aplicación de los conceptos. Se realizarán tareas de materialización y recodificación semiótica entre el lenguaje natural, el algebraico y el gráfico. Estas tareas se integrarán a las de aplicación y se utilizará el asistente matemático para tratar los registros algebraicos y gráficos.

La metodología a emplear se sustenta en la realización de tareas en pequeños grupos, con el empleo de los asistentes matemáticos. El profesor orientará la actividad que se desarrollará en los talleres, la cual se estructurará en dos partes: en la primera los estudiantes realizarán las tareas con el empleo de los asistentes matemáticos, y en la segunda se propiciará un debate sobre los conceptos tratados. Durante su ejecución, el profesor intercambiará con los estudiantes, atendiendo a las dificultades derivadas de las insuficiencias de su formación conceptual. El mismo irá evaluando las tareas durante su realización de forma individual y grupal. Al concluir los talleres, realizará un resumen sobre los conceptos tratados y las características develadas que contribuyen al perfeccionamiento del concepto.

COMPROBACIÓN DE LA EFECTIVIDAD DE LA METODOLOGÍA

Para realizar la comprobación de la efectividad de la metodología propuesta se aplicaron métodos y técnicas empíricas. Se diseñó un pre-experimento pedagógico para realizar con un solo grupo

de estudiantes, al que se aplicaba una evaluación al inicio y otra al final de la intervención. El pre-experimento se concretó en la asignatura Álgebra Universitaria en el cuatrimestre mayo-agosto del 2008, en un grupo de 36 estudiantes de las carreras de Negocios, y se seleccionó para el mismo la unidad I: "Funciones y ecuaciones algebraicas lineales".

Como primera actividad se impartió una clase "mixta", en la cual se aplicó una prueba diagnóstica (pre-test) y se dieron las orientaciones generales a los estudiantes sobre el uso del Derive.

En la conferencia interactiva se desarrollaron tareas de elicitación de los preconceptos y se utilizaron para eso diferentes registros (literal, algebraico, gráfico, etc.), con el empleo del Derive. La conferencia consistió en pequeñas presentaciones sobre los contenidos principales de la unidad (función, evaluación de una función, dominio de funciones, clasificación de funciones, función lineal y ecuaciones lineales), seguida de una tarea de elicitación sobre los contenidos tratados. Los estudiantes desarrollaron las tareas y consultaron sus respuestas con otros. Este proceso les forzó a proporcionar argumentos sobre el concepto que estaban trabajando; a la vez que les permitió, tanto a ellos como al profesor, valorar la comprensión del concepto y detectar las insuficiencias que tenían. Esa clase se realizó en el laboratorio de computación.

En los talleres se desarrollaron tareas de apropiación-generalización y aplicación de conceptos. El grado de dificultad de las mismas fue en ascenso y el hilo conductor estaba dado por el proceso de mediación semiótica. La ejecución de las tareas propuestas permitió que los estudiantes realizaran el proceso de recodificación entre diferentes registros semióticos, y en algunos casos se les representó una función en el registro algebraico para que la llevaran al registro gráfico, y viceversa.

De forma general, los estudiantes mostraron mayores dificultades en la conversión del registro gráfico al algebraico. También evidenciaron que generalmente asociaban diferentes significados a los rasgos de los conceptos cuando estos eran dependientes de los registros de representación utilizados.

En el caso particular de la función lineal $y=a x +b$, se evidenció que generalmente asociaban diferentes significados a los parámetros “a” y “b”. La comparación entre las unidades significantes, en este caso los parámetros “a” y “b”, entre los diferentes registros semióticos, y la variación de los parámetros, posibilitó la articulación de los significados atribuidos a ellos, lo que coadyuvó a la integración de los mismos en el concepto de función lineal.

Las tareas relativas a las características de los parámetros y variables mostraron que para algunos estudiantes era natural utilizar parámetros para generalizar una relación o un procedimiento, mientras que otros parecían estar confundidos por la utilización de varias letras en una expresión, cada una con un diferente rol. El desarrollo de este tipo de tareas demostró que algunos estudiantes no superaron las dificultades en relación a la comprensión del carácter generalizador de los parámetros, lo que se tuvo en cuenta para la planificación de otras tareas de este tipo para el resto del curso.

La realización de tareas de aplicación a nuevos contextos, como en la que debía establecer relaciones funcionales a partir de situaciones reales, mostró que existía un desarrollo desigual en los estudiantes en el proceso de conversión del lenguaje natural al lenguaje algebraico, por lo que presentaron problemas en la modelación.

Se realizaron dos clases prácticas dedicadas a graficar funciones y resolver ecuaciones lineales. Se evidenció que en la resolución de ecuaciones lineales los estudiantes mejoraron sus resultados y solo presentaron dificultades la tercera parte de los estudiantes, lo que se constató con el control realizado por el profesor sobre el desarrollo y resultados de los ejercicios en la clase. Las argumentaciones de los estudiantes evidenciaron un mayor dominio de los conceptos tratados en las tareas, así como un mejor tratamiento de éstos en cada uno de los registros utilizados.

En la mayoría de las clases el profesor se apoyó en el uso de los asistentes matemáticos, y el mismo orientó y controló el trabajo que ejecutaron los estudiantes tanto de forma colectiva como individual. Al permitir el intercambio y la socialización del conocimiento, se trabaja en ese momento por parte de ellos, y el docente comprobó

durante toda la clase el grado de cumplimiento de los objetivos de la misma. Al concluir la unidad, los estudiantes fueron evaluados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A través de la aplicación parcial de la metodología, se evidenció la efectividad de los resultados obtenidos en la investigación. Los estudiantes demostraron una mejoría en la formación de los conceptos tratados de la unidad, e identificaron los conceptos en varios registros semióticos, así como la utilización de varios registros para representarlos. La decodificación entre registros semióticos demostró que esa era una vía para la coordinación entre los registros, lo que coadyuvó a la objetivación de los conceptos. La orientación de la actividad matemática dirigida a desarrollar el grado de generalidad con que se apropian los estudiantes del conocimiento algebraico resultó adecuada, aunque debe ser sistemática en el curso para lograr los objetivos deseados.

Los resultados fundamentales de la investigación fueron en dos ámbitos: teórico y práctico. El aporte teórico de la investigación está dado en un modelo semiótico informático del perfeccionamiento de la formación de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios, y el aporte práctico lo constituye la metodología que hace viable el perfeccionamiento conceptual en los estudiantes con el empleo de los asistentes matemáticos, lo que propicia un mejor desempeño en la utilización del Álgebra Básica como herramienta de trabajo en aplicaciones matemáticas.

La novedad de la tesis viene a atender una falencia teórica en la didáctica del Álgebra al revelar la lógica didáctica del perfeccionamiento conceptual a través de la consolidación del nexo símbolo-objeto matemático y la generalización teórica, tomando como base la síntesis entre la mediación semiótica y la interpretación del carácter singular-general del objeto algebraico, así como las relaciones dialécticas objeto-proceso y variable-parámetro, con el empleo de los asistentes matemáticos.

La corroboración del valor científico-metodológico de los resultados alcanzados se hizo a través de la aplicación del método de criterio de expertos. Se encuestaron 30 expertos de diferentes países (Cuba, México, España, Colombia, Argentina y República Dominicana), 25 de los cuales poseen un nivel de competencia alto (83,33%); y 5, medio (16.67%). La valoración de los resultados arrojó que esta se considera como muy adecuada:

- La influencia de la materialización con el empleo de las TIC para la consolidación del nexo símbolo-objeto matemático en el perfeccionamiento conceptual.
- La influencia de la transferencia entre registros semióticos para la generalización en el perfeccionamiento conceptual.
- La influencia de las relaciones dialécticas objeto-proceso, variable-parámetro y el carácter singular-general del objeto matemático en el aprendizaje conceptual del Álgebra.
- La planificación de los tipos de clases en correspondencia con las fases del proceso.
- La correspondencia entre los tipos de tareas y las fases del proceso.
- La contribución de la metodología a mejorar la efectividad de los estudiantes universitarios en el empleo del Álgebra como herramienta en aplicaciones matemáticas.

Igualmente, consideran adecuada la pertinencia del modelo semiótico informático que sustenta la metodología para el perfeccionamiento de los conceptos algebraicos de estudiantes universitarios con el empleo de los asistentes matemáticos y la correspondencia entre el modelo (concepción teórica) y la metodología (instrumento). Como resultado de la aplicación de la encuesta a expertos, también se obtuvo una serie de recomendaciones y criterios que permitieron perfeccionar los resultados de la investigación.

CONCLUSIONES

- Del análisis realizado de la evolución del lenguaje algebraico se evidencia el rol del nexo símbolo-objeto para la comprensión de conceptos algebraicos. El análisis del marco teórico revela la necesidad de concebir una didáctica del perfeccionamiento de conceptos algebraicos en estudiantes universitarios, que integre diferentes enfoques (solución de problemas, funcional, generalización, lenguaje e histórico) desde una concepción histórico-cultural, para potenciar la consolidación del nexo símbolo-objeto y posibilitar niveles superiores en las generalizaciones teóricas algebraicas.
- El modelo-semiótico informático para el perfeccionamiento conceptual sintetiza la mediación semiótica y la interpretación de las relaciones capitales del Álgebra (singular-general, objeto-proceso, variable-parámetro) para la apropiación-generalización, en coordinación con la aplicación de conceptos con el empleo de los asistentes matemáticos en interacción social.
- La lógica integradora entre las fases elicitación de los preconceptos, apropiación-generalización y aplicación de conceptos que se viabiliza a través de una metodología para el perfeccionamiento conceptual, propicia un mejor desempeño de los estudiantes en la utilización del Álgebra Básica como herramienta de trabajo en aplicaciones matemáticas.
- La utilización del método de criterio de expertos permitió la corroboración del valor científico-metodológico del modelo semiótico informático y la metodología propuesta; además, la valoración de los resultados alcanzados en el pre-experimento posibilitó la constatación de la efectividad del modelo y la metodología, lo que contribuye a ofrecer una vía de solución para la investigación científica, en la didáctica del Álgebra en la formación conceptual.

RECOMENDACIONES

Se recomienda proyectar investigaciones didácticas que permitan explicitar el razonamiento algebraico a través de generalizaciones en situaciones-problemas matemáticos y continuar sistematizando la estructura de relaciones del modelo semiótico informático propuesto, a partir de elevar la idoneidad didáctica de éste último.

REFERENCIAS

- Arzarello, F. y Robutti, O. (2004). "Approaching functions through motion experiments". *Educational Studies in Mathematics*, 57 (3).
- Bartlo, J., Saldanha, I. y Kieran, C. (2007). "Attending to structure and form in algebra: challenges in designing CAS-centered instruction that supports construing patterns and relationships among algebraic expression", *Proceedings of the 29th annual meeting of the North American Chapter of the International GPME*, Stateline (Lake Tahoe), Reno: University of Nevada.
- Blanco, R. (2007). "La generalización teórica como proceso fundamental del ensamblaje". Newsletter # 327. Recuperado de: <http://www.monografias.com/trabajos47/generalizacion-teorica/generalizacion-teorica.shtml>.
- Berger, M. (1998). "Graphic calculators: An interpretative framework". *For the Learning of Mathematics*, 18(2), pp. 13-20.
- Berry, J.; Graham, E.; & Watkins, A. (1994). "Integrating the Derive program into the teaching of mathematics". *The International Derive Journal*, 1(1), pp. 83-96.
- Buchberger, B. (1990). "Should students learn integration rules?" *Sigsam Bulletin*, 24(1), pp. 10-17.
- Burrill, G., (2002). "Handheld graphing technology in secondary mathematics: research findings and implications for classroom practice". Recuperado de: <http://education.ti.com/sites/UK/downloads/pdf/References/Done/Burrill>.

- D'Amore, B. (2006). "Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido: Semiotics, Culture and Mathematical Thinking". Número especial de la revista *RELIME*, Cinvestav. México DF, México.
- D'Amore, B. (2001). Una contribución al debate sobre conceptos y objetos matemáticos. *Revista de Didáctica de la Matemática*, I, 27, pp. 51-76.
- Davidov, V. (1982). *Tipos de generalización en la enseñanza*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Doerr, H. (2001). "Learning algebra with technology: The affordances and constraints of two environments". In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & Jo. Vincent (Vol. 1). Melbourne: (Eds.) *Proceedings of the 12th ICMI study conference the future of the teaching and learning of algebra: The University of Melbourne*.
- Drijvers, P. (2003). *Learning algebra in a computer algebra environment*. Tesis Doctoral, University of Utrecht. Utrecht: CD-β Press.
- Dubinsky, E. & Noss, R. (1996). "Some kinds of computers for some kinds of Mathematical learning" *Mathematical Intelligencer*, 18(1), pp. 17-20.
- Duval, R. (1998). "Signe et objet (I). Trois grandes etapes dans la problematique des rapports entre representations et objet". *Annales de didactique et de science cognitives* 6, pp. 139-163.
- Fernández, L. (2008). "Conversatorio con estudiantes de Columbia Secondary School for Math". 26 de septiembre del 2008, Universidad de Columbia, New York, USA. Recuperado de www.diariodigital.com.do/articulo.33400.html.
- Galán, J.; Galán, M.; Padilla, M. y Rodríguez, P. (2002). "Are computers under-used in Mathematical teaching for engineers?". *Educational technology*. Serie Sociedad de la información No. 9, pp. 220-225.
- García, A.; García, F.; Hoya, S.; Rodríguez, G. y Villa, A. (2002). "Differential calculus of several variables with Mathematica

or Maple". *Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*. Hersonissos, Creta. Grecia.

Godino, J. (2002). "Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática". *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 22 (2/3): pp. 237-284.

Gravemeijer, K.; Cobb, P.; Bowers J.; y Whitenack, J. (2000). "Symbolising, modeling, and instructional design". In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain, (eds.). *USA: Symbolising and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 225-273.

Hillel, J.; Lee, L.; Laborde, C.; y Linchevski, L. (1992). "Basic functions through the lens of computer algebra systems". *Journal of Mathematical Behavior*, 11, pp. 119-158.

Heid, M. (1988). "Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool". *Journal for Research in Mathematics Education* 19, pp. 3-25.

Hoya, S.; Martín, A.; Rodríguez, G.; y Visus, I. (2002). "The use of symbolic calculus software in the teaching of Mathematics at Engineering Schools". *Proceedings of the International Conference on ICT's in Education*. Badajoz, España.

Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. Dartmouth, MA: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 441664).

Kieran, C. (2007): "Interpreting and Assessing the Answers Given by the CAS Expert: A Reaction Paper", in *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 14(2), 103-108.

Macintyre, T., y Forbes, I. (2002). "Algebraic skills and CAS - Could assessment sabotage the potential?". *International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education*. 9, pp. 29.

- Mason, J. (1996). "Expressing generality and roots of algebra". In N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee. "Approaches to algebra, perspectives for research and teaching". Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 65-86.
- MESCYT. (2008). *Plan Decenal de Educación Superior 2008-2018*. <http://www.seescyt.gov.do/plandecenal/>
- Miyar, I. (2005). *Metodología para la asimilación conceptual del Álgebra Universitaria con el empleo de los asistentes matemáticos*. Tesis en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación. Camagüey, Cuba.
- Nava, J. (1998). "Experiencia en el uso de programas computacionales para enseñar Matemáticas en Ingeniería en la UNITEC". Recuperado de: <http://dcb.fi-c.unam.mx/foro/memorias/dieciocho.pdf>.
- O'Callaghan, B. (1998). "Computer-intensive algebra and students' conceptual knowledge of functions". *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, pp. 21-40.
- Ortega, P. (2002). *La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico*. Tesis doct. Madrid: Universidad Complutense.
- Otte, M. (2003). "Does mathematics have objects? In what sense?" *Synthese*. 134 (1-2): pp. 181-216.
- Pea, R. (1987). "Cognitive technologies for mathematics education". NJ: En A. Schoenfeld (ed.). *Cognitive science and mathematics education*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Radford, L. (2006). "Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático: Introducción". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Vol. 9 (Nº. 1).
- Santandreu, M. (2005). "Recursos TIC en la enseñanza y aprendizaje del área de matemática". Recuperado de: www.comunicacionpedagogia.com/publi/infcup/muestra/pdf/santandreu.

- SEEC. (2008). *Informe sobre las políticas nacionales de Educación. República Dominicana* -ISBN-978-92-64-04411-OCDE. Recuperado de: www.oecdbookshop.org/oecd/display.asp.
- Steinbring, H. (2005). *What Makes a Sign a Mathematical Sign? An Epistemological Perspective on Mathematical Interaction*. Dortmund, Germany: University of Dortmund.
- UNESCO (2008). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*, Santiago, Chile. Recuperado de: <http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001606/160660S.pdf>
- UNESCO. (2007). *Informe de UNESCO: Educación para todos en 2015. ¿Alcanzaremos la meta?* Elaborado por el IIPE. Buenos Aires, Argentina: UNESCO Sede Regional, 29 de nov. del 2007.
- Vigotsky, L. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Editorial Científico-Técnica.